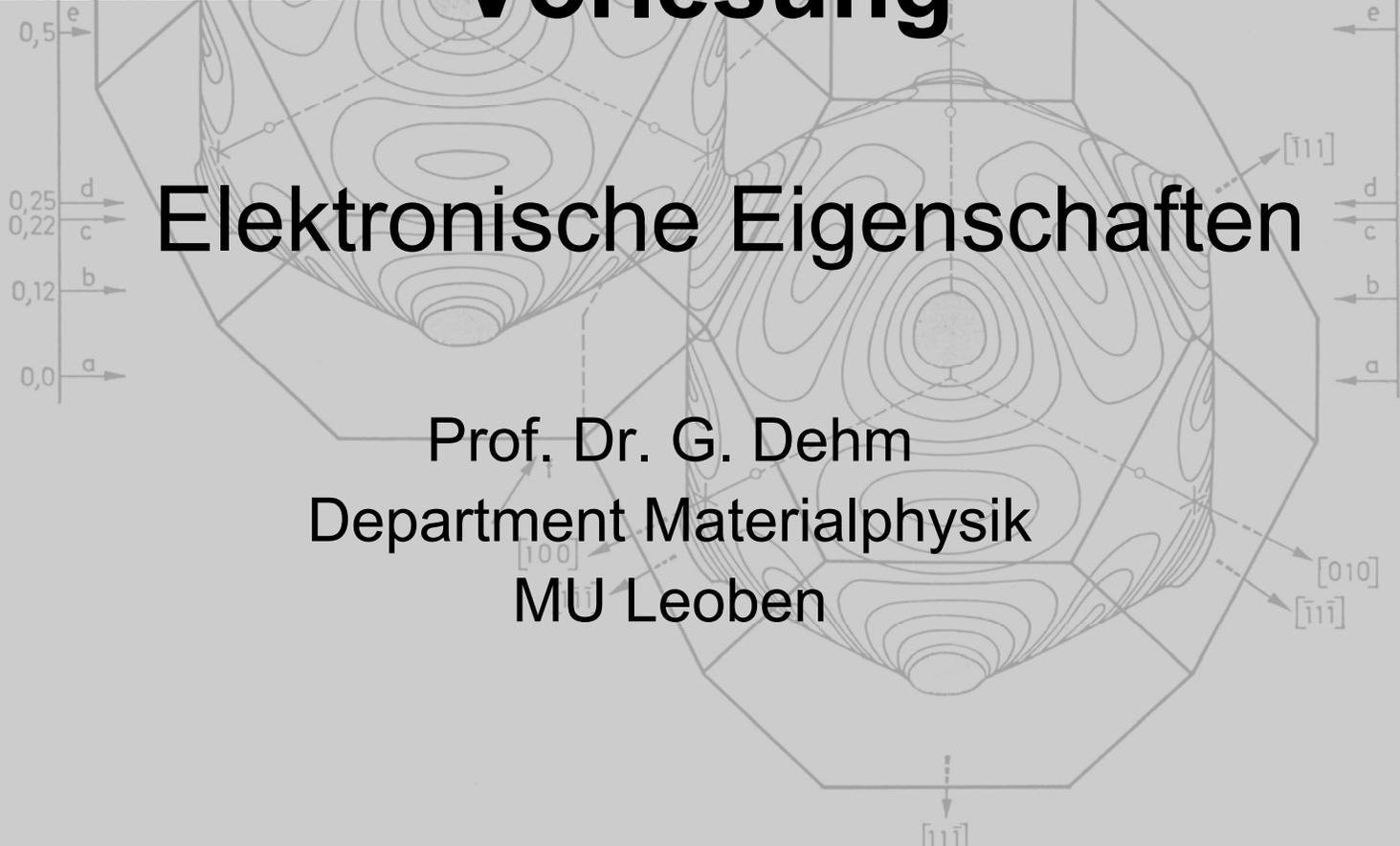




# Vorlesung

## Elektronische Eigenschaften



Prof. Dr. G. Dehm  
Department Materialphysik  
MU Leoben

## Literatur zur Vorlesung

**Rolf E. Hummel, Electronic Properties of Materials**

**Springer, New York (3rd edition 2005)**

***ausführliche und gut verständliche Darstellung der Grundlagen der Elektronentheorie sowie der elektronischen, optischen, magnetischen und thermischen Eigenschaften, Vorlesung orientiert sich an diesem Buch!***

Konrad Kopitzki, Einführung in die Festkörperphysik,

Teubner, Stuttgart (1989)

*physikalische Darstellung der Elektronentheorie, enthält auch ausführliche Darstellung der dielektrischen Eigenschaften, Magnetismus, Supraleitung und Thermodynamik von Legierungen*

Charles Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, Oldenbourg, München

*Klassiker der Festkörperphysik*

Waldemar von Münch, Werkstoffe der Elektrotechnik

Teubner, Stuttgart, 1993 bzw. Neuauflage Ellen Ivers-Tiffée und Waldemar von

Münch, Werkstoffe der Elektrotechnik, Teubner, Stuttgart 2004

*Zusammenfassende Darstellung der Eigenschaften von Metallen, Halbleitern, dielektrischen und magnetischen Werkstoffen*

---

Günter Gottstein, Physikalische Grundlagen der Materialkunde, Springer-Verlag Berlin

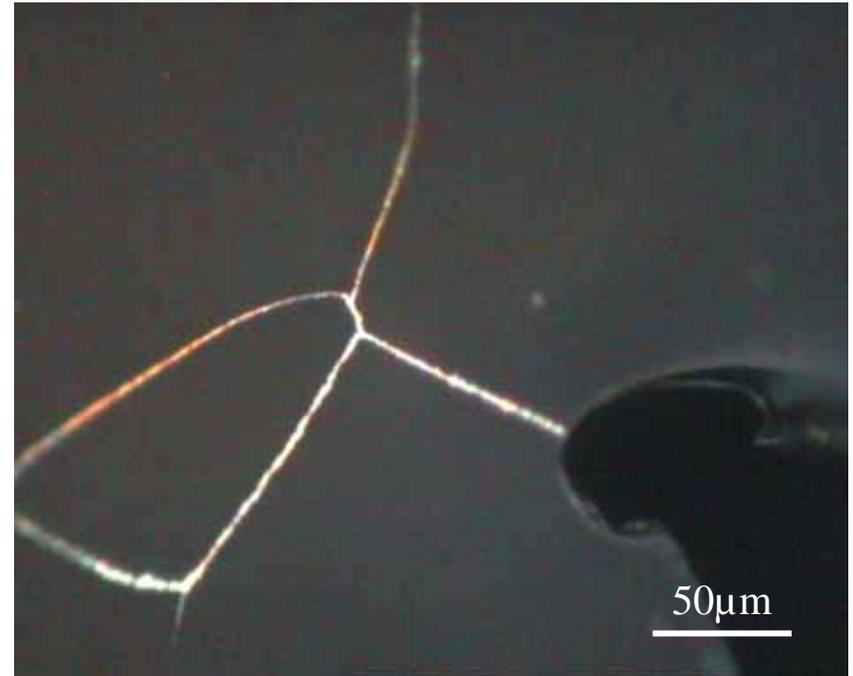
*kurze Zusammenfassung der elektronischen und magnetischen Eigenschaften in Kapitel 10, die aber nicht als Prüfungsvorbereitung ausreicht.*

# Wozu braucht man die Quantenmechanik als WWler ?

Segregation: Al (Ga)



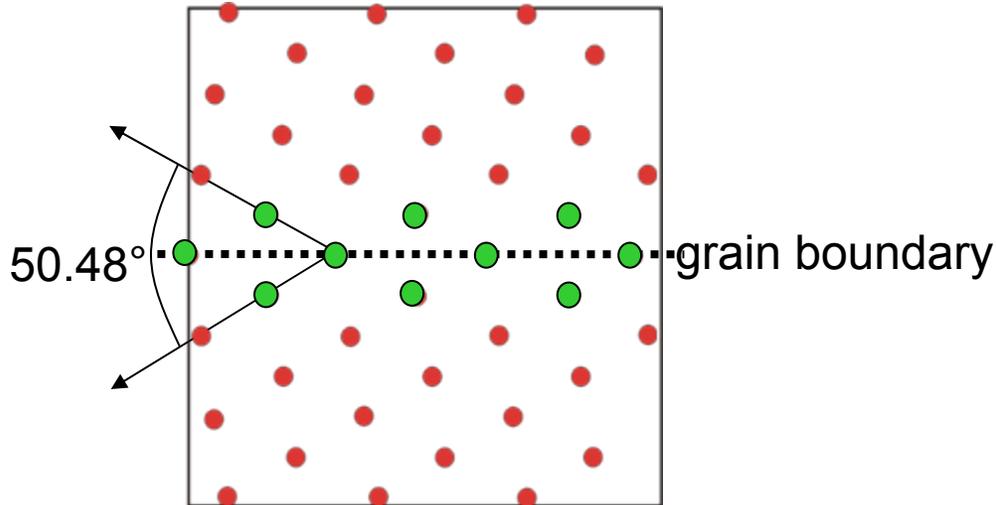
optical microscopy



# Atomare und elektronische Struktur

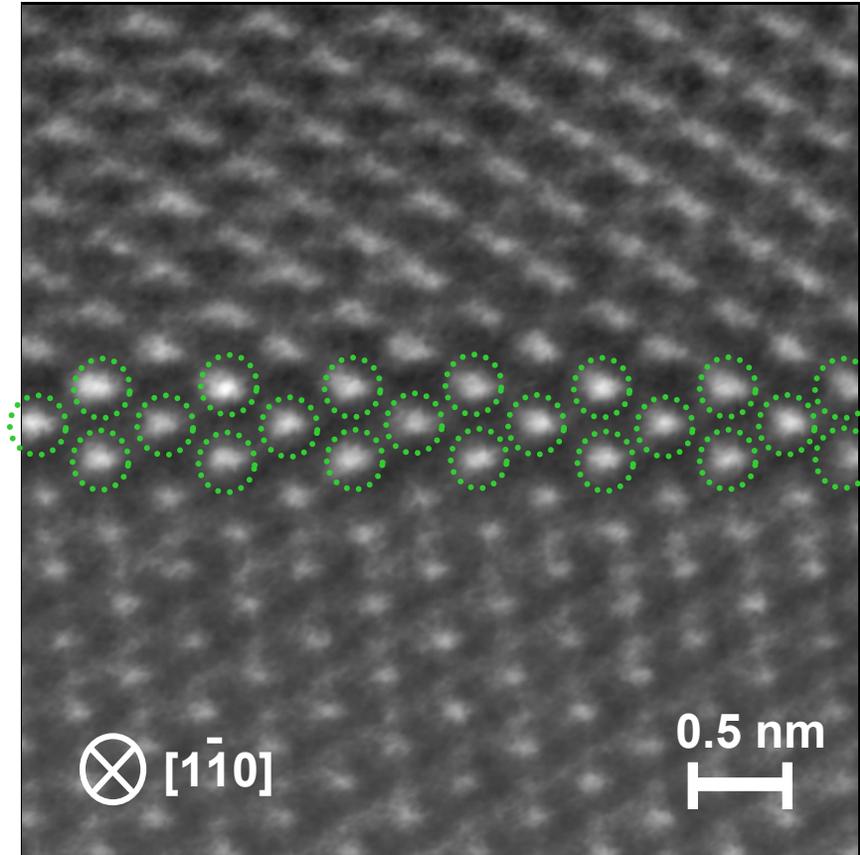
## *Ab initio* Model

$\Sigma 11(113)[\bar{1}10]$



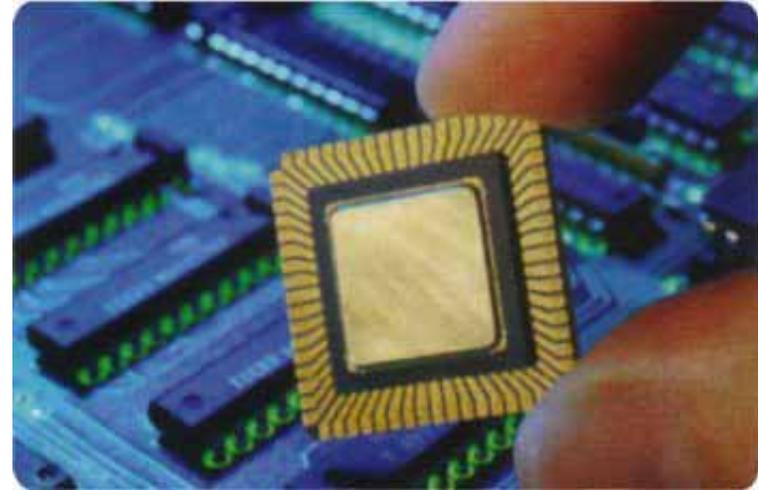
- Al column
- Ga column

## high-resolution TEM

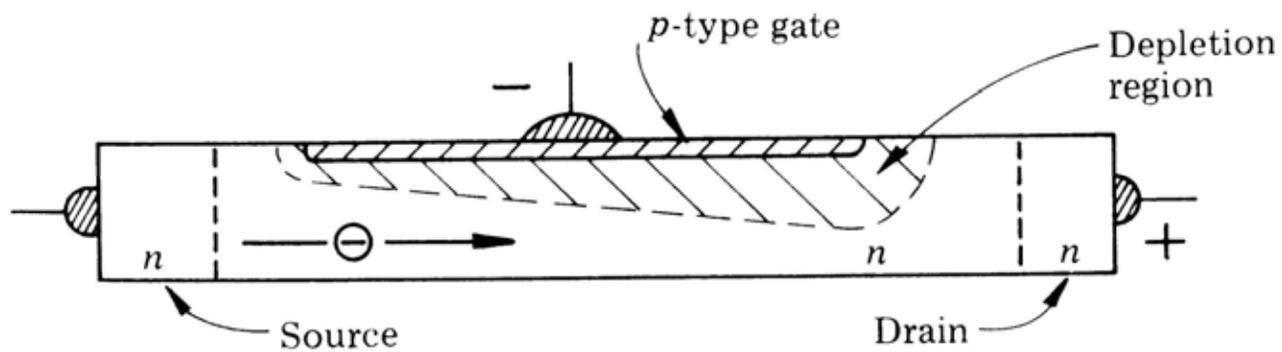


**3 Monolayers of Ga**

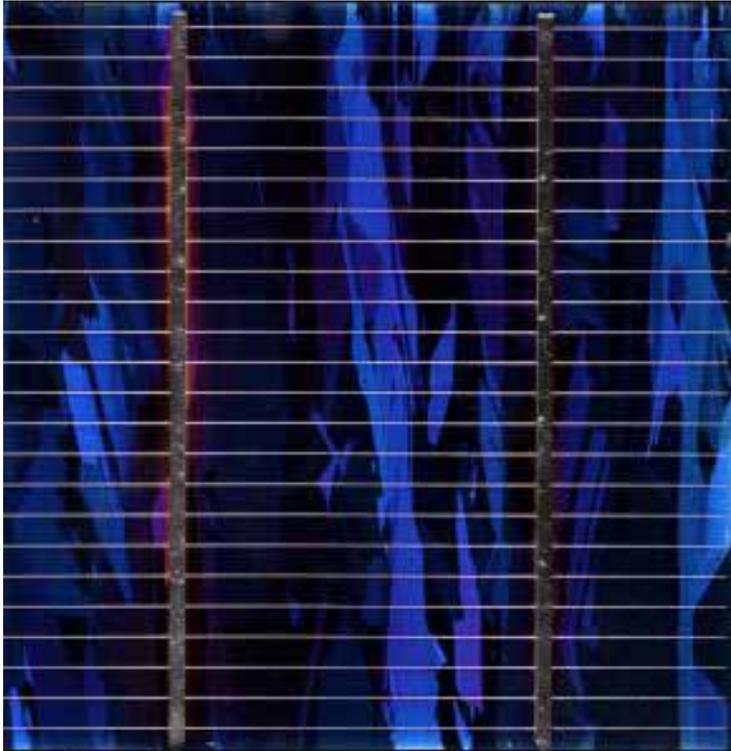
## Elektrische Leitfähigkeit in Metallen



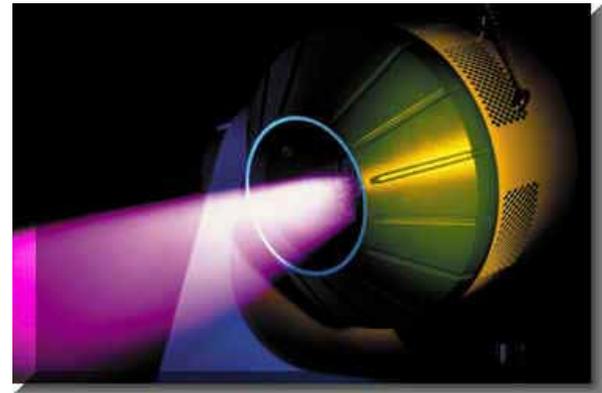
## Störstellenleitung in Halbleitern: Feldeffekt - Transistor



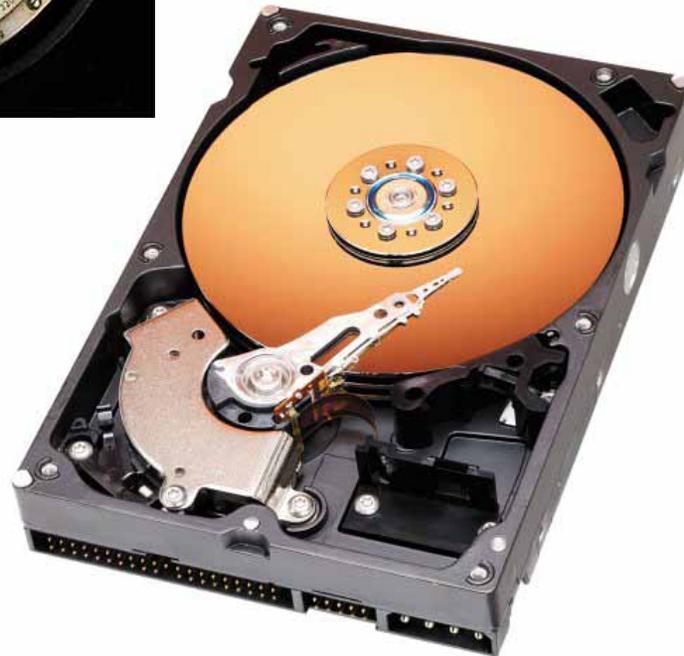
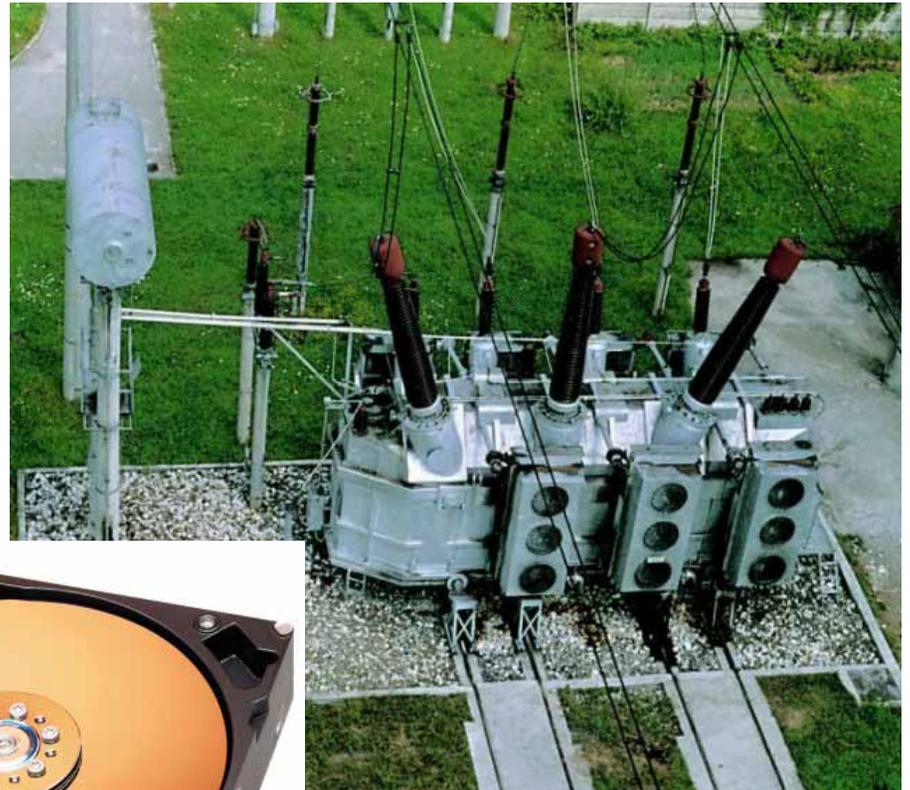
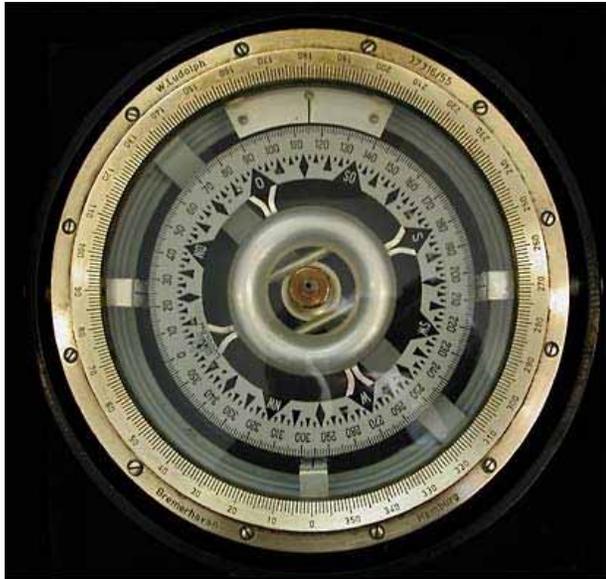
## Solarzelle



## Optoelektronik: Halbleiterlaser



# Ferromagnetismus: Vom Kompass zum Umspannwerk und zur Datenspeicherung



# 0. Einführung

## *Mechanische Eigenschaften*

Elastizität, Dämpfung,  
Fließgrenze, Zugfestigkeit,  
Härte, Zähigkeit,  
Kriech-, Ermüdungsfestigkeit,  
Verschleißfestigkeit.....

## *Chemische Eigenschaften*

Stabilität,  
Korrosionsbeständigkeit,  
Oxidationsbeständigkeit,  
Toxizität.....

## *Optische Eigenschaften*

Reflexionsvermögen,  
Photoeffekt,  
Lichtabsorption,  
Emissionsvermögen....

## *Thermische Eigenschaften*

Schmelzpunkt, Schmelzwärme,  
Bildungsenthalpie,  
Wärmeausdehnung,  
Wärmeleitfähigkeit, -kapazität...

## ***Elektronische Eigenschaften***

**Elektrische Leitfähigkeit,  
Spezifischer Widerstand,  
Isolationsfähigkeit,  
Dielektrische Eigenschaften,  
Magnetische Suszeptibilität,  
Sättigungsmagnetisierung,  
Koerzitivkraft, Remanenz,  
Sprungtemperatur.....**

**Welche Eigenschaften werden durch die Bindung,  
welche durch die Mikrostruktur beeinflusst?**

## Übersicht: Wichtige elektronische Effekte

EFFEKT	FELD	ELEKTRONEN-EIGENSCHAFT	MECHANISMUS	ANWENDUNG
<b>Elektrische Leitung</b> Eigenleitung Störstellenleitung Supraleitung Ionenleitung Tunneleffekt	elektrisch	Ladung	Bewegung von Elektronen (Löchern)	Elektrik, Datenverarbeitung Diode, Transistor, etc.
		Paar-Bildung	Bewegung von El. Paaren	Kabel, Schalter, Lager, Magnete
			Bewegung von Ionen	Sensoren
		Welleneigenschaft	Tunneln	Feldemission, Tunnelmikroskop
		Ladungsverteilungen	Ladungsverschiebungen	Kondensator Quarzuhr, Ultraschall, Positionierung, Aktoren
<b>Polarisation</b> Piezoelektrizität Ferroelektrizität				optische Eigenschaften
<b>Wechselwirkung mit Strahlung</b> Photoeffekt Emission	elektromagnetisch	diskrete Energieniveaus, Bandstruktur	Quantensprünge	Detektor, Photozelle, Xerographie Laser, Optoelektronik
<b>Magnetismus</b> Diamagnetismus Paramagnetismus Ferromagnetismus Magnetostriktion	magnetisch	Bahnbewegung und Spin	Induktionsstrom	Strukturbestimmung
		Kooperation	Ausrichtung der elektronischen Momente	Motor, Generator, Trafo, Datenspeicherung
				Ultraschall
<b>Thermische Effekte</b> Glüh/Feldemission Seebeck-Effekt Peltier-Effekt Wärmeleitung (Metalle)	thermisch	Beweglichkeit	thermische Aktivierung  Energieausgleich	Kathoden, Feldelektronenmikroskop Thermoelement Kühlung Maschinenbau

## Naturkonstanten

Absoluter Temperaturnullpunkt	- 273.2 °C
Avogadro-Zahl, $N_A$	$6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmann-Konstante, $k_B$	$1.381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$
Elektronenladung, $e$	$1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Faraday-Konstante, $F$	$9.649 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$
Gaskonstante, $R$	$8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Magnetisches Moment des Elektrons	$9.274 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^{-2}$
Influenzkonstante, $\epsilon_0$	$8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
Induktionskonstante, $\mu_0$	$1.256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$
Planck'sches Wirkungsquantum, $h$	$6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
$\hbar = h/2\pi$	$1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Ruhemasse des Elektrons	$9.110 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Ruhemasse des Neutrons	$1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Ruhemasse des Protons	$1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Atommasseneinheit	$1.661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Ideales Gasvolumen unter Standardbedingungen (0 °C, 1 atm)	$\approx 22.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$

## Umrechnungen

$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s} = 1 \text{ J/V}$
$1 \Omega = 1 \text{ V/A} = 1 \text{ J/CA}$
$1 \text{ N} = 1 \text{ CV/m}$
$1 \text{ W} = 1 \text{ VA}$

IA		Schlüssel										Edelegase										
1	H <sup>1</sup> 1.01 0.0899·10 <sup>-3</sup>	<b>Schlüssel</b> Ordnungszahl: 26 Schmelzpunkt (Gase: Siedepunkt): 1536° Atomgewicht (gerundet): 55.85 Dichte g/cm <sup>3</sup> : 7.87 Elastizitätsmodul GPa: 213 therm. Ausdehn., · 10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> : 14.0 Atomradius Å (10 <sup>-10</sup> m): 1.26 Gitterkonstante a, Å: 2.86 Gitterkonstante c, Å: — Elektronenkonfiguration: 3d <sup>6</sup> 4s <sup>2</sup>										( ) Dichte bei Schmelz- bzw. Siedepunkt + für Diamant ++ für weißen Phosphor ** für gelben Schwefel * tetraedrisch-kovalenter Radius										
1	He <sup>2</sup> 4.00 0.1785·10 <sup>-3</sup>																					
2	Li <sup>3</sup> 6.94 0.534 11.5 46.6 -195° 3.51 2s	Be <sup>4</sup> 9.01 1.848 310 11.5 1.12 2.29 1284° 2s <sup>2</sup>	Kubisch -flächenzentriert Kubisch -raumzentriert Hexagonal -dichtgepackt Diamantstruktur Orthorhombisch, Monoklin, Triklin										Kubisch -primitiv Tetragonal Hexagonal Rhomboedrisch Trigonal									
2	[He]																					
3	Na <sup>11</sup> 22.99 0.9712 8.93 72 -237° 1.90 4.28 3s	Mg <sup>12</sup> 24.31 1.74 44.3 26 1.60 3.20 650° 3s <sup>2</sup>																				
3	[Ne]																					
4	K <sup>19</sup> 39.10 0.86 3.53 83 63.5° 2.35 5.33 4s	Ca <sup>20</sup> 40.08 1.55 19.6 22 1.97 5.56 4s <sup>2</sup>	Sc <sup>21</sup> 44.96 2.99	Ti <sup>22</sup> 47.88 4.507 106 10 1.47 2.95 3d <sup>2</sup> 4s <sup>2</sup>	V <sup>23</sup> 50.94 6.1 127 7.8 1.34 3.03 3d <sup>3</sup> 4s <sup>2</sup>	Cr <sup>24</sup> 52.00 7.19 186 1095° 21 1.26 2.86 3d <sup>5</sup> 4s <sup>1</sup>	Mn <sup>25</sup> 54.94 7.43 208 1095° 21 1.26 2.86 3d <sup>5</sup> 4s <sup>2</sup>	Fe <sup>26</sup> 55.85 7.87 213 1402° 213 14.0 1.26 2.86 3d <sup>6</sup> 4s <sup>2</sup>	Co <sup>27</sup> 58.93 8.85 204 1495° 204 12 1.25 2.51 3d <sup>7</sup> 4s <sup>2</sup>	Ni <sup>28</sup> 58.69 8.90 202 1455° 3.52 3.52 3d <sup>8</sup> 4s <sup>2</sup>	Cu <sup>29</sup> 63.55 8.96 123 12.5 16.5 3.61 3d <sup>10</sup> 4s	Zn <sup>30</sup> 65.39 7.13 92.2 123 16.5 4.95 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup>	Ga <sup>31</sup> 69.72 5.91 (9.8) 18 1.41 2.66 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p	Ge <sup>32</sup> 72.61 5.32 936° 1.37 5.66 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>2</sup>	As <sup>33</sup> 74.92 5.72 817° 1.39 4.14 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>3</sup>	Se <sup>34</sup> 78.96 4.79 220° 1.40 4.50 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>4</sup>	Br <sup>35</sup> 79.90 3.12 -7.2° 1.11° 3.12 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>5</sup>	Kr <sup>36</sup> 83.80 3.743·10 <sup>-3</sup>				
4	[Ar]																					
5	Rb <sup>37</sup> 85.47 1.53 (2.35) 90 39° 2.48 5.62 5s	Sr <sup>38</sup> 87.62 2.60 15.7 19 2.15 6.09 5s <sup>2</sup>	Y <sup>39</sup> 88.91 4.47	Zr <sup>40</sup> 91.22 6.49 92.2 7.2 1.60 3.23 5.15 4d <sup>2</sup> 5s <sup>2</sup>	Nb <sup>41</sup> 92.91 8.57 104 7.1 1.46 3.30 4d <sup>4</sup> 5s	Mo <sup>42</sup> 95.94 10.22 301 6.5 1.39 3.15 4d <sup>5</sup> 5s	Tc <sup>43</sup> (98.91) 11.49 407 9.8 1.36 2.74 4.39 4d <sup>5</sup> 5s <sup>2</sup>	Ru <sup>44</sup> 101.07 12.2 (432) 379 8.5 1.34 2.70 4.27 4d <sup>7</sup> 5s	Rh <sup>45</sup> 102.91 12.44 379 113 8.5 1.34 3.80 4.27 4d <sup>8</sup> 5s	Pd <sup>46</sup> 106.42 12.02 113 11.2 1.37 3.88 4.27 4d <sup>10</sup>	Ag <sup>47</sup> 107.87 10.49 79 18.7 1.54 2.97 5.61 4d <sup>10</sup> 5s	Cd <sup>48</sup> 112.41 8.65 50 18.7 1.54 2.97 5.61 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup>	In <sup>49</sup> 114.82 7.31 40 10.5 1.66 4.59 4.94 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p	Sn <sup>50</sup> 118.71 7.30 232° 54.3 1.62 5.82 3.18 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>2</sup>	Sb <sup>51</sup> 121.75 6.62 54.9 40 1.59 4.50 5.91 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>3</sup>	Te <sup>52</sup> 127.60 6.24 41.2 4.45 1.60 5.91 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>4</sup>	I <sup>53</sup> 126.90 4.94 -113.7° 1.28° 4.94 5.91 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>5</sup>	Xe <sup>54</sup> 131.29 5.896·10 <sup>-3</sup>				
5	[Kr]																					
6	Cs <sup>55</sup> 132.91 1.903 (1.47)	Ba <sup>56</sup> 137.33 3.5 12.7 19 2.22 5.02 6s <sup>2</sup>	La <sup>57</sup> 138.91 6.19 920° 37.5 5.8 1.87 3.76 6.06 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	Hf <sup>72</sup> 178.49 13.09 138 (6.0) 1.58 3.20 5.06 5d <sup>2</sup> 6s <sup>2</sup>	Ta <sup>73</sup> 180.95 16.6 175 3.6 1.46 3.30 5d <sup>3</sup> 6s <sup>2</sup>	W <sup>74</sup> 183.85 19.3 388 7.0 1.39 3.16 5d <sup>4</sup> 6s <sup>2</sup>	Re <sup>75</sup> 186.21 21.04 461 6.8 1.37 2.76 4.46 5d <sup>5</sup> 6s <sup>2</sup>	Os <sup>76</sup> 190.20 22.57 560 6.6 1.35 2.73 4.31 5d <sup>6</sup> 6s <sup>2</sup>	Ir <sup>77</sup> 192.22 22.5 528 6.6 1.36 3.83 5d <sup>7</sup> 6s <sup>2</sup>	Pt <sup>78</sup> 195.08 21.45 168 8.94 1.44 3.92 5d <sup>9</sup> 6s	Au <sup>79</sup> 196.97 19.32 78.7 14.2 1.57 4.07 5d <sup>10</sup> 6s	Hg <sup>80</sup> 200.59 13.55 -38.9° 1.57 3.0 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup>	Tl <sup>81</sup> 204.38 11.85 303° 8.0 29 1.71 3.45 5.52 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p	Pb <sup>82</sup> 207.20 11.36 278 16.2 1.76 4.95 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>2</sup>	Bi <sup>83</sup> 208.98 9.80 31.9 2.8 1.70 4.74 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>3</sup>	Po <sup>84</sup> (208.98) (9.2) 246° 1.76 302° 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>4</sup>	At <sup>85</sup> (209.99)	Rn <sup>86</sup> (222.02) 9.960·10 <sup>-3</sup>				
6	[Xe]																					

# Inhaltsverzeichnis

## **1. Grundlagen der Elektronentheorie**

eine **kurze Wiederholung** von:

1.1 Schrödinger-Gleichung

1.2 Bändermodell des Festkörpers

1.3 Besetzung von Energiezuständen

## **2. Elektrische Eigenschaften**

2.1 Elektrische Leitfähigkeit: Grundlagen

2.2 Leitfähigkeit von Metallen

2.3 Leitfähigkeit von Halbleitern

2.4 Leitfähige Polymere

2.5 Ionenkristalle



# 1. Grundlagen der Elektronentheorie

# 1. Wiederholung der Grundlagen der Elektronentheorie

## 1.1 Schrödingergleichung und einige wichtige Lösungen

### Erinnerung: Welle -Teilchen Dualismus

de Broglie: Elektron besitzt wie Licht (Photon) eine Wellennatur und eine Teilchennatur. Impuls des Teilchens und Wellenlänge sind verknüpft:

$$\lambda \cdot p = h$$

„Teilcheneigenschaften“:

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

Energie

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Impuls

„Welleneigenschaften“:

$$\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$$

Wellenvektor

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi}{|\vec{k}|}$$

Wellenlänge (de Broglie)

# Schrödinger-Gleichung (zeitunabhängige Form)

eindimensional:

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)] \cdot \Psi(x) = 0$$

m ... Teilchenmasse

E ... Gesamtenergie

V(x) ... potentielle Energie

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

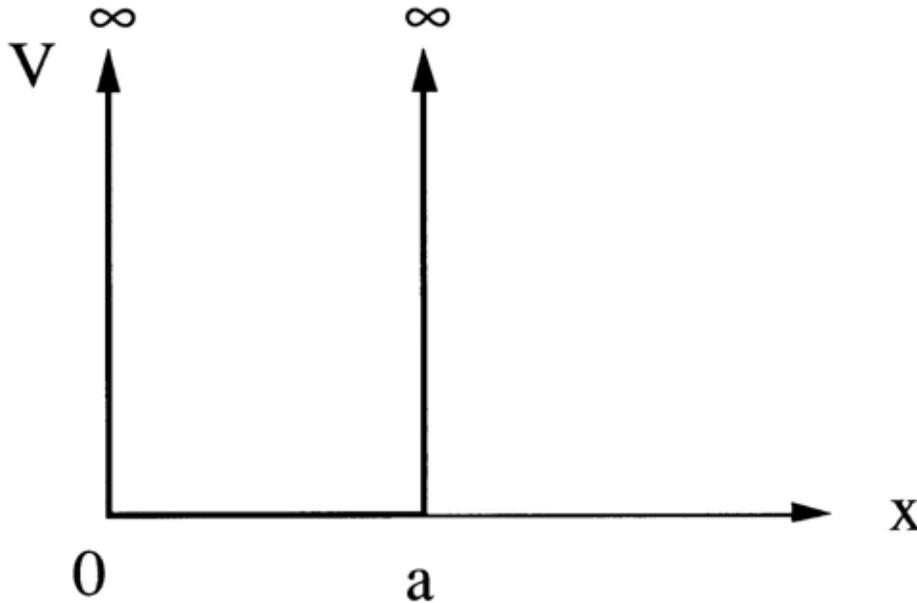
beachte:

$$|\Psi|^2 = \text{Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte}$$

Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens wird durch die Wellenfunktion  $\Psi$  charakterisiert:

# 1.1.2 Elektron im Potentialtopf: diskrete Energieniveaus

Unendliches Kastenpotential (1D)



$$\begin{aligned}x \leq 0 & : V \rightarrow \infty \\0 < x < a & : V = 0 \\x \geq a & : V \rightarrow \infty\end{aligned}$$

Lösungsansatz:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \cdot \Psi = 0$$

$$\Psi = A \cdot e^{i\alpha x} + B \cdot e^{-i\alpha x}$$

ergibt:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

Randbedingungen:

$$\Psi(0) = 0 : A + B = 0; \quad B = -A$$

$$\Psi(a) = 0 : A \cdot e^{i\alpha a} + B \cdot e^{-i\alpha a} = 0$$

$$A \cdot e^{i\alpha a} - A \cdot e^{-i\alpha a} = 0$$

mit EULER:  $e^{ix} - e^{-ix} = 2i \cdot \sin x$  folgt:  $2i \cdot \sin(\alpha a) = 0$

Quantisierung:  $\alpha \cdot a = n \cdot \pi \quad n = 1, 2, \dots$

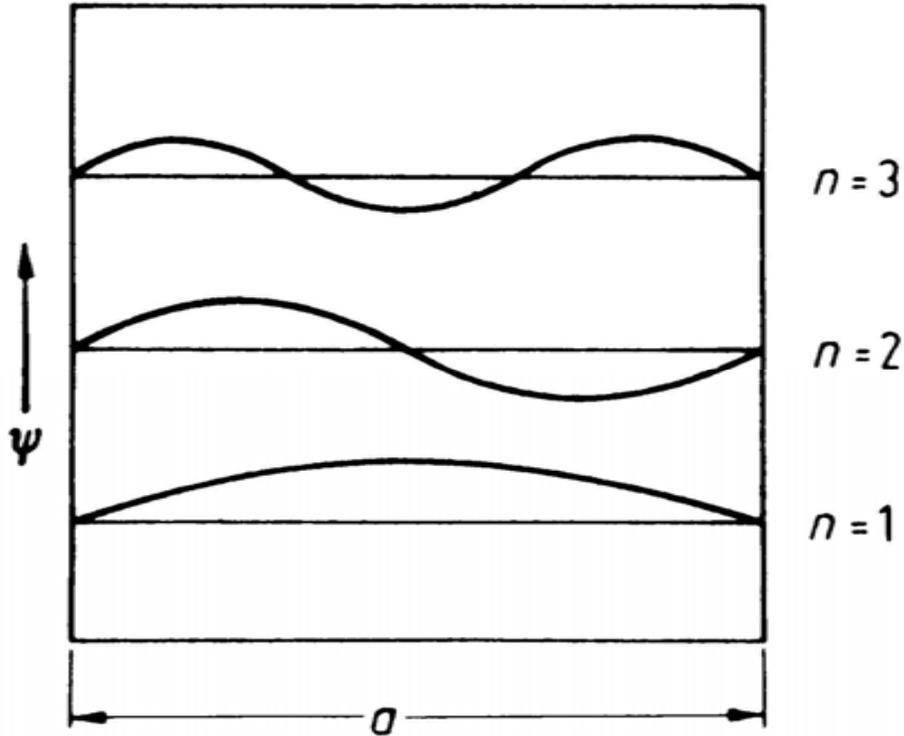
$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}$$

Quantisierungsbedingung:  $E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  mit  $|k| = n \cdot \frac{\pi}{a}$

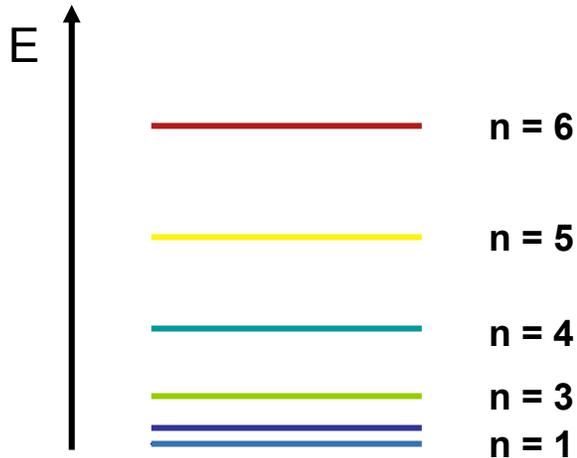
Wie sieht das grafisch aus?

Wellenfunktion für  $n=1,2,3\dots$

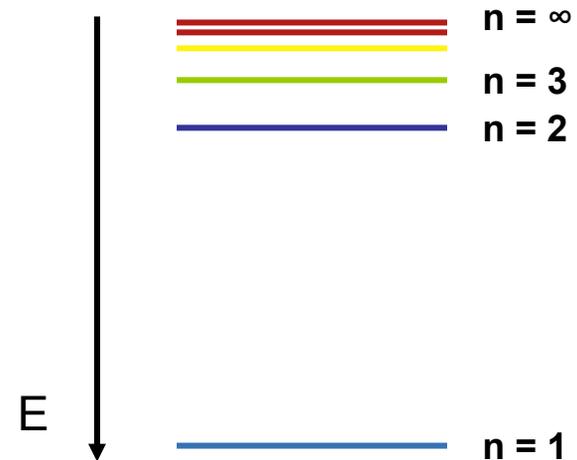
Aufenthaltswahrscheinlichkeit



# Diskrete Energieniveaus



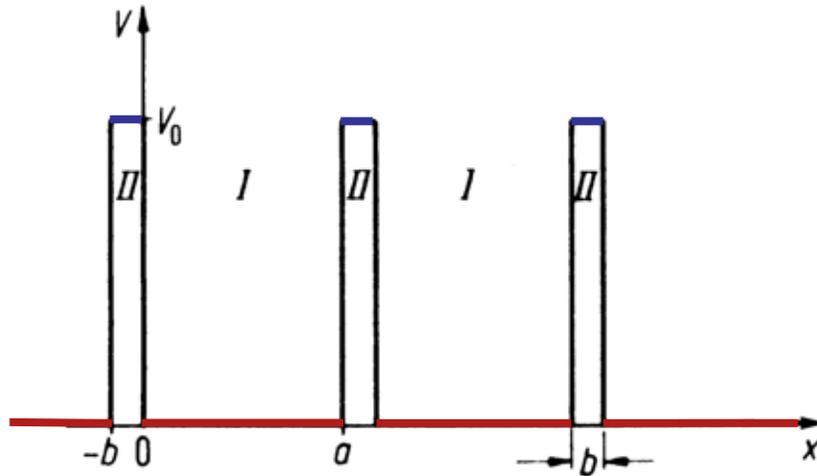
Kastenpotential



Coulomb-Potential

**Anmerkung:** Kastenpotential ist starke Vereinfachung. Bessere Näherung für Atome durch Verwendung des Coulombpotentials. Dadurch ergibt sich anstelle der  $E \sim n^2$  eine  $E \sim -1/n^2$  Abhängigkeit.

# 1.1.3 Elektron im periodischen Potential: Energiebänder



Kronig und Penney (1931)

$$E < V_0$$

Periodizität :  $V(x+R) = V(x)$   
mit  $R = a+b$

Bereiche I :

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \cdot \Psi = 0$$

Bereiche II :

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0) \cdot \Psi = 0$$

Lösung für  
Kronig und  
Penney (1931)

$$f(\alpha a) = P \frac{\sin(\alpha a)}{\alpha a} + \cos(\alpha a) = \cos(ka)$$

mit  $P = \frac{maV_0b}{\hbar^2}$

## Quantisierungsbedingung

Beispiel:  $P = 3\pi/2$

Grenzfälle:

1)  $P=0$  (d.h. Potentialbarriere  $Vb=0$ ) ergibt

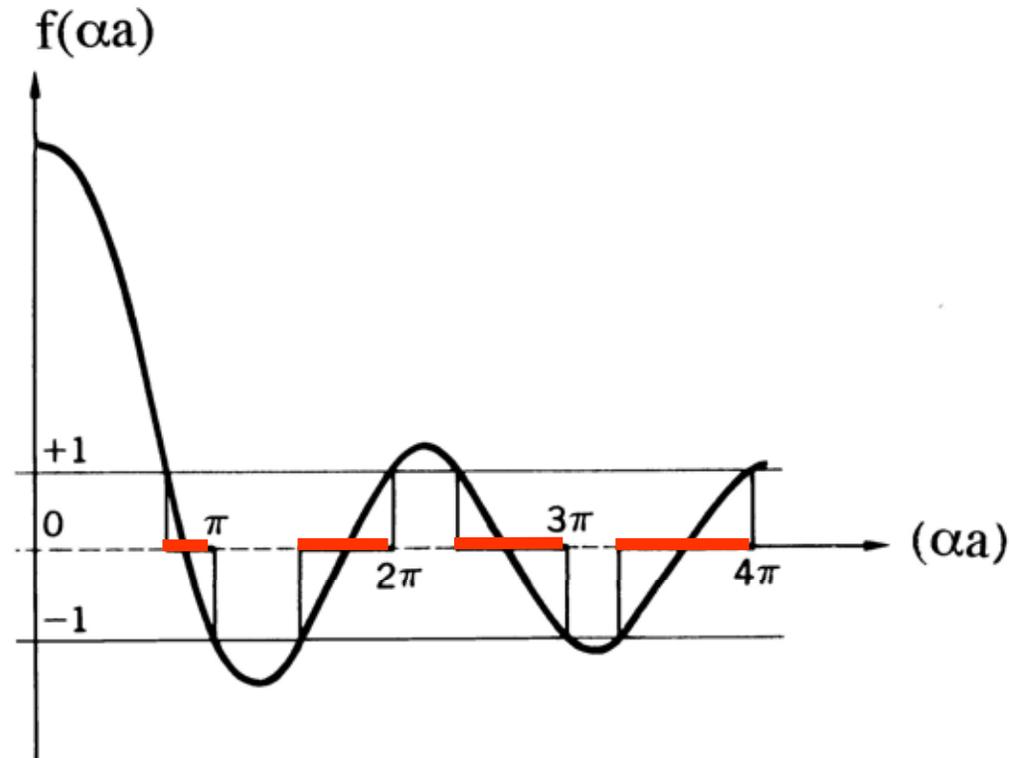
$\alpha=k$ ; Lösung für freies Elektron  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

2)  $P \rightarrow \infty$  (d.h. sehr hohe Potentialbarriere  $V$ );

da  $f(\alpha a)$  im Bereich  $\pm 1$  bleiben muss kann  
linke Seite der Gleichung nur endlich sein:

$\sin(\alpha a) \rightarrow 0$ ; d.h.  $\alpha a = n\pi$

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}$$

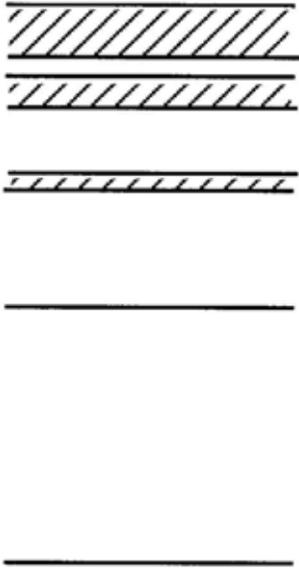
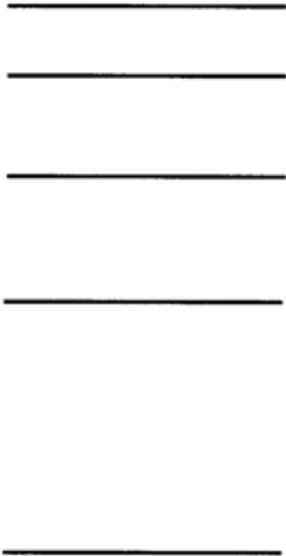
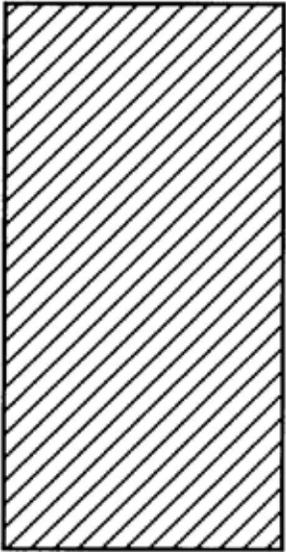


# Erlaubte Energieniveaus

freie  
Elektronen

gebundene  
Elektronen

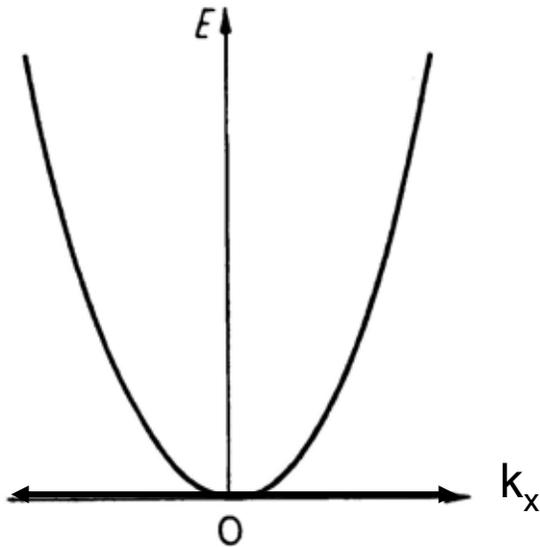
Elektronen  
im Festkörper



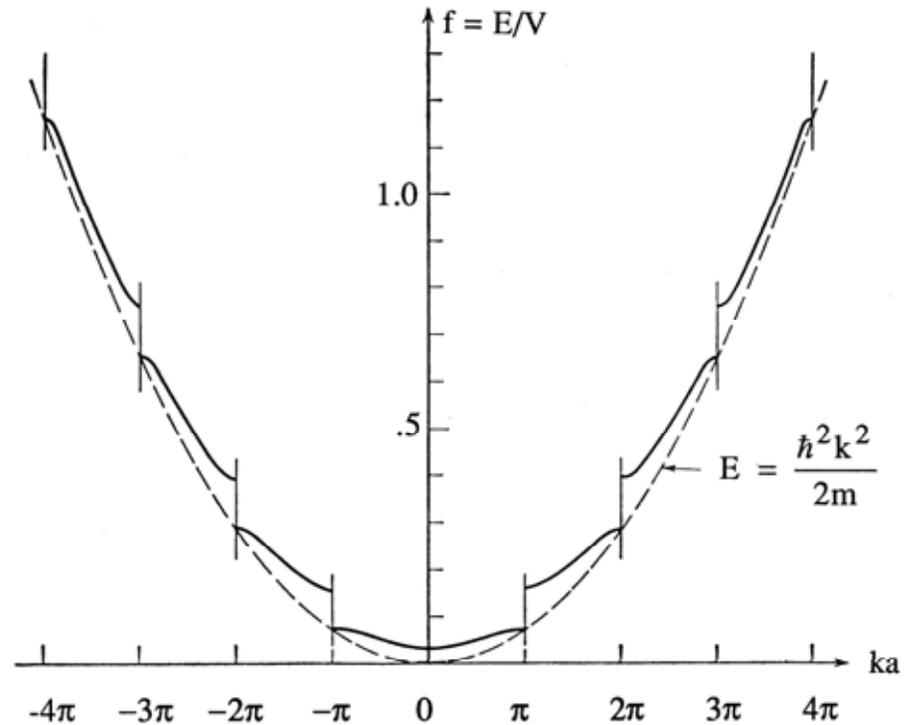
# 1.2 Bändermodell des Festkörpers

1D

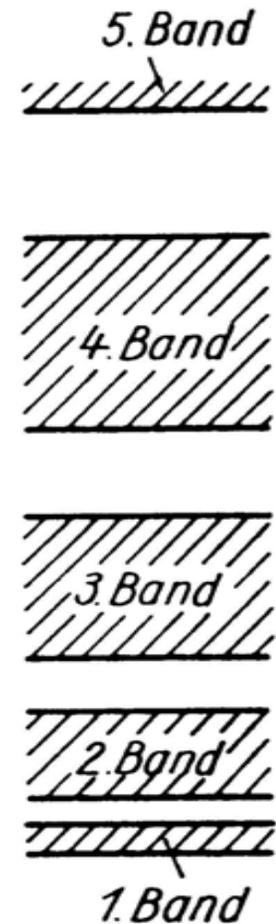
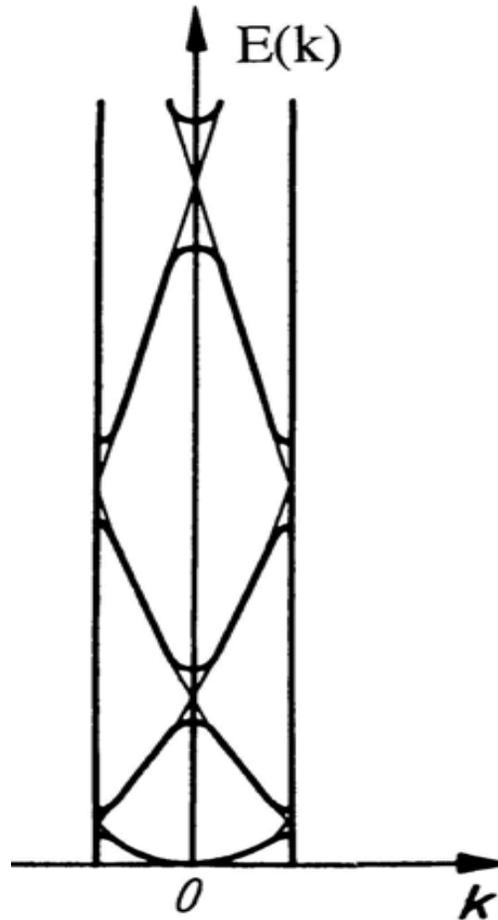
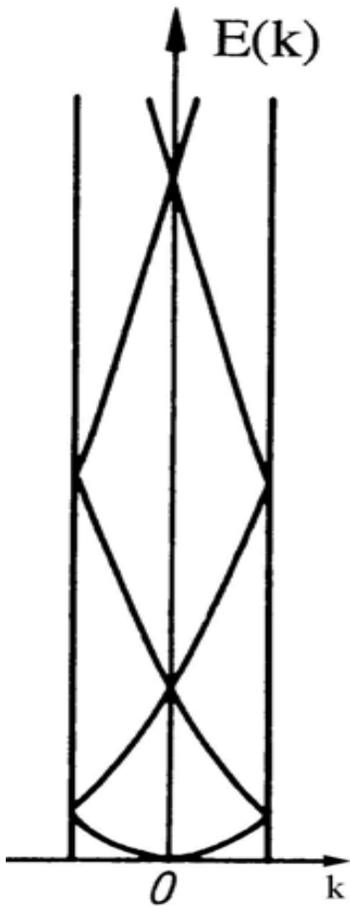
freies Elektron  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$



Elektron im Gitterpotential



Elektron im Kronig-Penney-Potential  
(ein-dimensional)

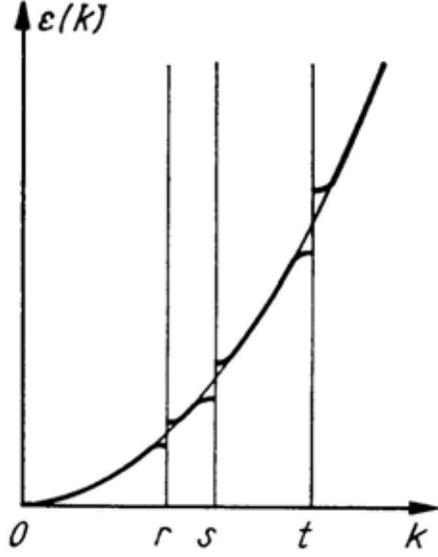
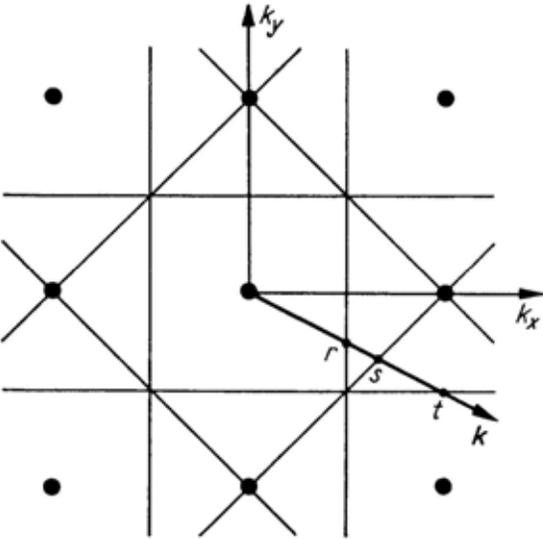


reduziertes Zonenschema

Fazit:

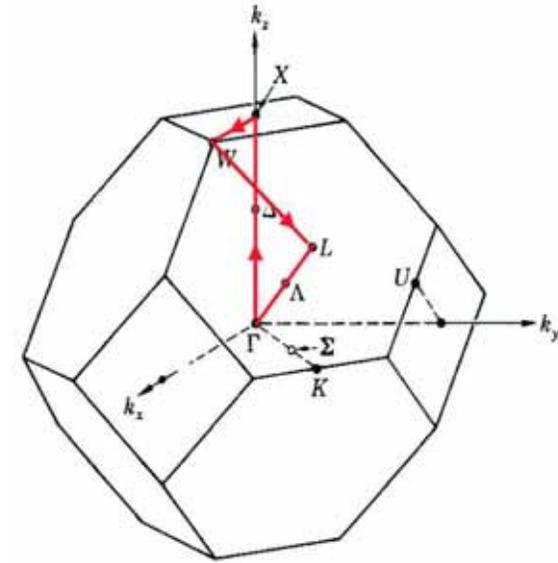
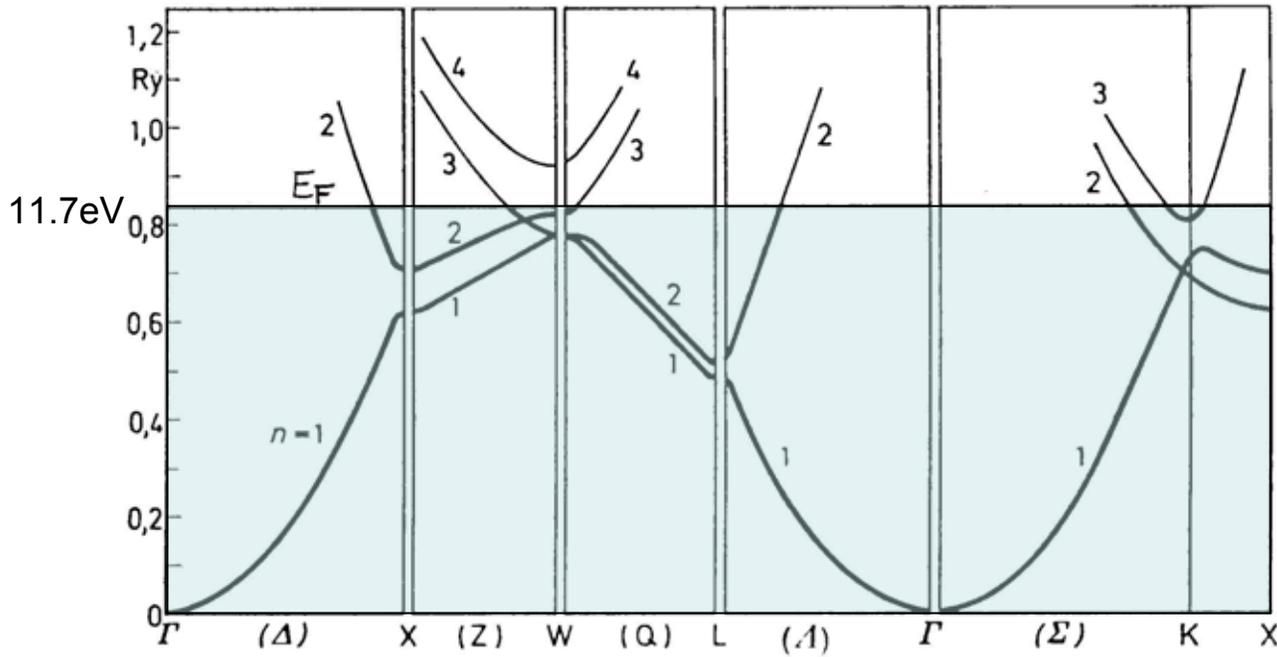
Ein (schwaches) Gitterpotential erzeugt Bandlücken, so dass die E-k-Kurven an den Rändern der Brillouin-Zonen verzerrt werden

# Anisotropie der E(k)-Kurven



# 1.2.1 Bandstrukturen einiger Materialien

Al (kfz)



Al

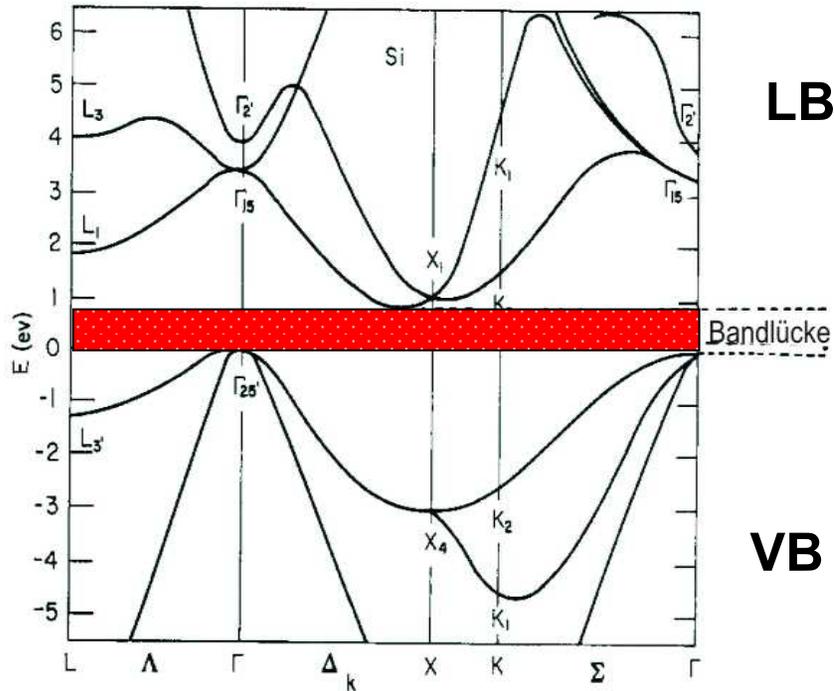
[Ne] 3s<sup>2</sup>3p

besetzt bei OK

X 100; K 110; L 111

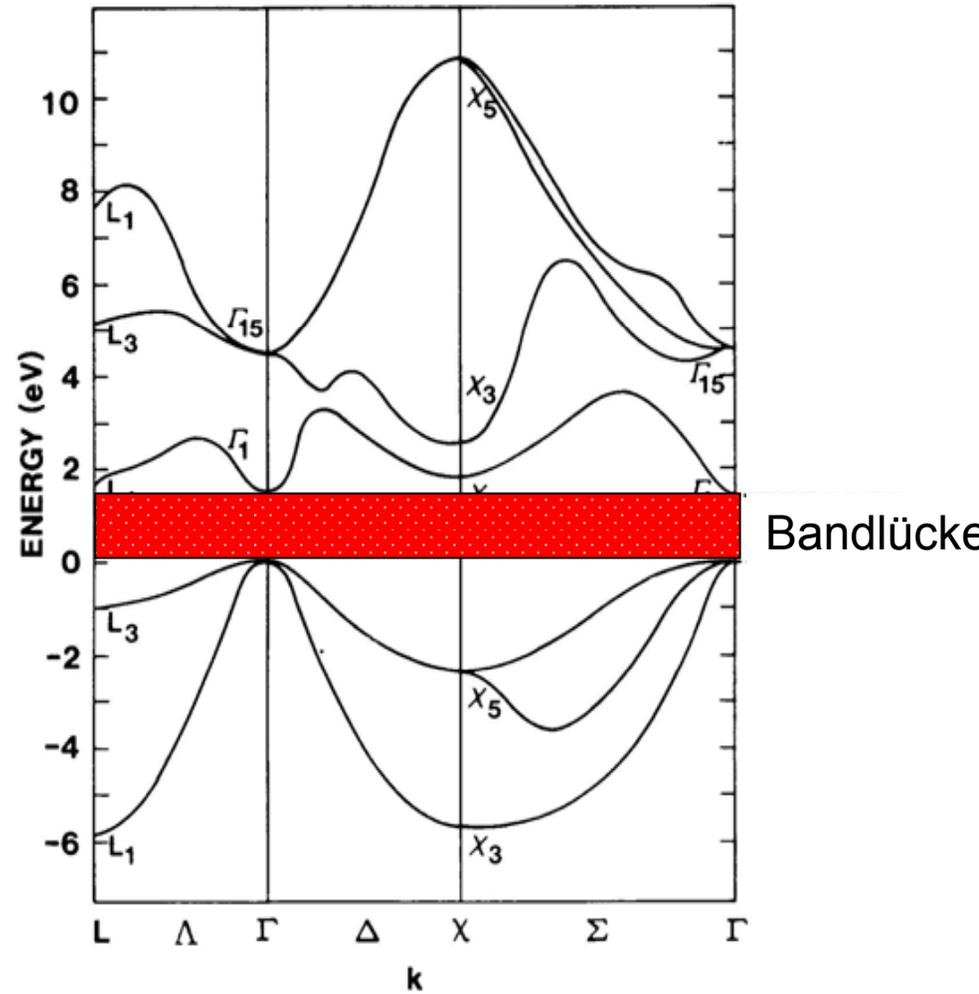
Si

$E_g = 1,12 \text{ eV}$



GaAs

$E_g = 1.4 \text{ eV}$

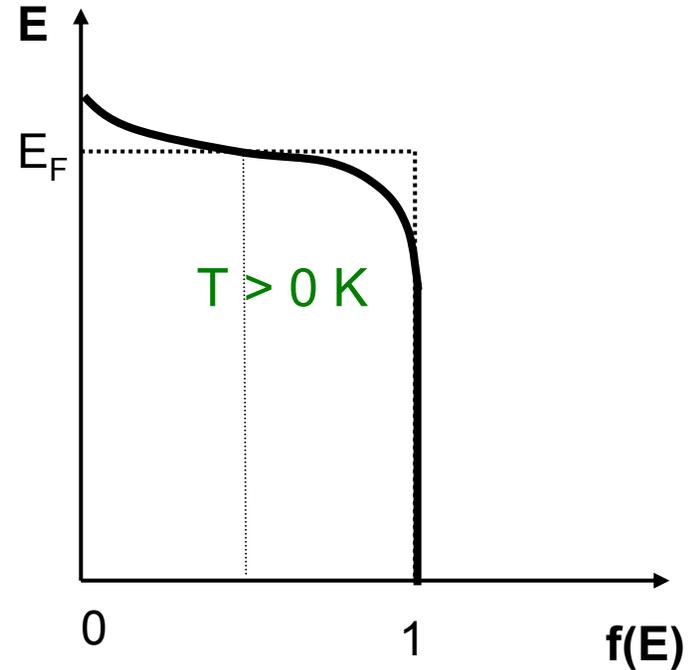
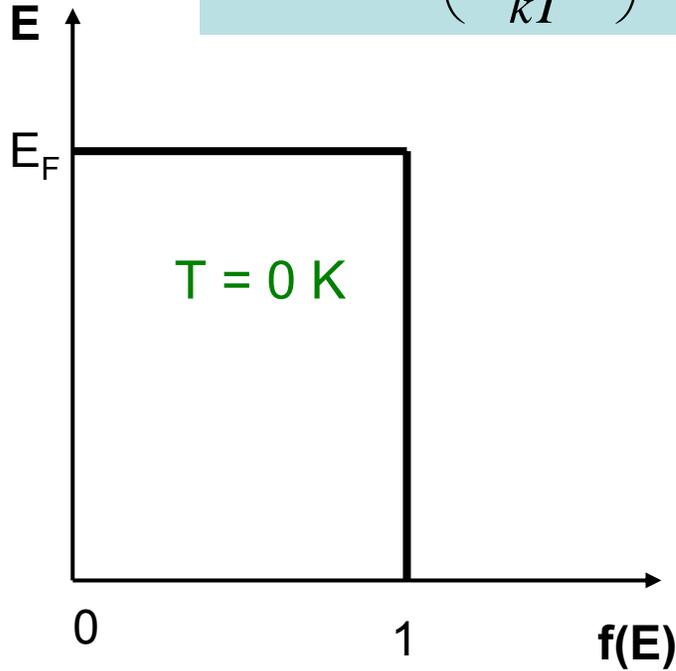


# 1.3 Besetzung der Energiezustände mit Elektronen

## 1.3.1 Fermi-Funktion und Fermi-Energie

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}$$

$E_F$  ... Fermi-Energie



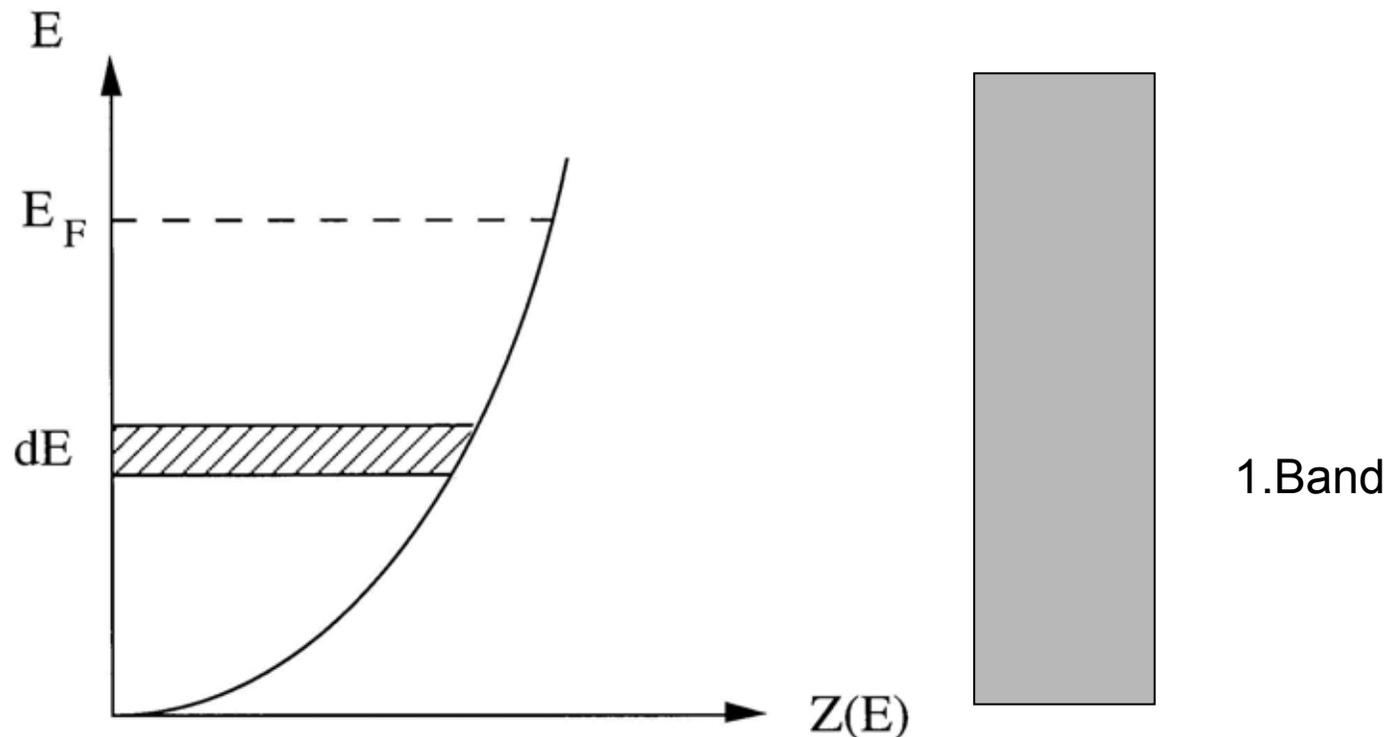
Allgemeine Definition der Fermi-Energie

$$f(E_F) = \frac{1}{2} \quad (\text{für } T > 0 \text{ K})$$

## 1.3.2 Zustandsdichte

mit  $E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} n^2 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2$  und Anzahl der Zustände  $\eta = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi n^3$  folgt:

$$\frac{d\eta}{dE} = Z(E) = \frac{\pi}{4} \left( \frac{2ma^2}{\pi^2 \hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2} = \frac{a^3}{4\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$$



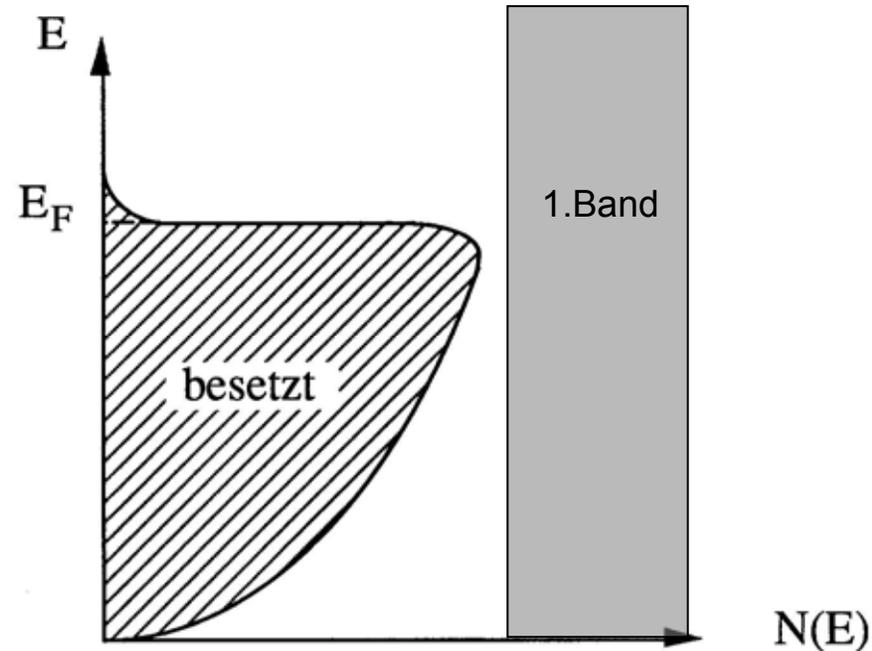
## 1.3.3 Besetzungsdichte

Wie sind die Elektronen in den Zuständen verteilt. D.h. gesucht ist die Anzahl der Elektronen in Abhängigkeit von der Energie.

$$N(E) = 2 \cdot f(E) \cdot Z(E)$$

↑↓

$$N(E) = \frac{a^3}{4\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{E^{1/2}}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}$$



Bei  $T > 0$  ändert sich die Besetzungsdichte nur in unmittelbarer Nähe (etwa im Bereich  $kT$ ) der Fermi-Energie.

Für  $T=0K$  und  $E < E_F$  ist  $N(E)=2Z(E)$

## 1.3.4 Fermi-Energie, Fermi-Temperatur

$$N_V = \int_0^{E_F} N(E) \cdot dE = \int_0^{E_F} \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot E^{1/2} \cdot dE = \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_F^{3/2}$$

$$E_F = \left( 3\pi^2 N_V \right)^{2/3} \cdot \frac{\hbar^2}{2m}$$

$N_V$  ... Elektronen pro Volumen ( $\text{a}^3$ )

$$N_V = \frac{Z_V}{\Omega} = \frac{Z_V \cdot \rho_m \cdot N_A}{M}$$

$Z_V$  ... Valenz

$\Omega$  ... Atomvolumen

$M$  ... relative Atommasse

$\rho_m$  ... Dichte

$N_A$  ... Avogadro-Zahl

„Fermi-Temperatur“:  $E_F = k \cdot T_F$

„Fermi-Geschwindigkeit“:  $v_F = \frac{p_F}{m} = \left( \frac{2E_F}{m} \right)^{1/2}$

Ende der Wiederholung

## 2. Elektrische Eigenschaften

### 2.1 Elektrische Leitfähigkeit: Grundlagen

Klassisches Ohmsches Gesetz:

$$U = R \cdot I$$

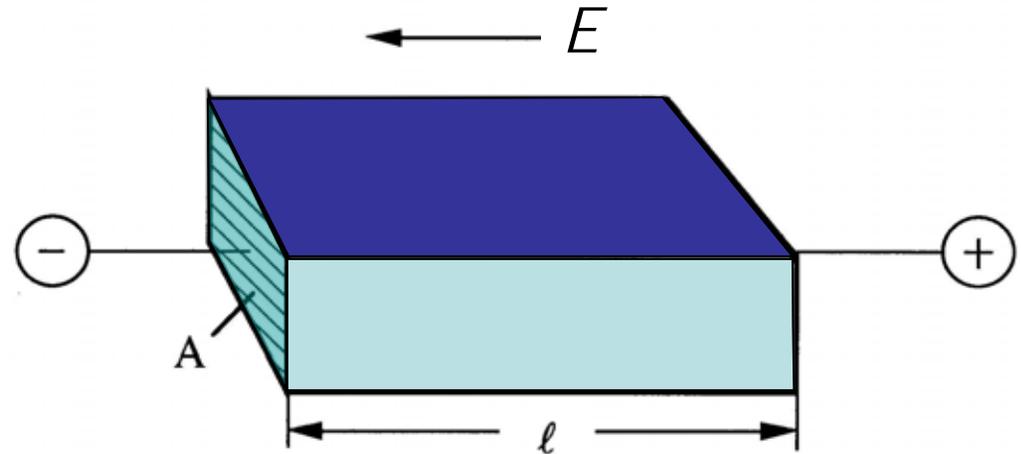
U ... Spannung [V]

I ... Stromstärke [A]

R ... Widerstand [ $\Omega$ ]

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$\rho$  = spezifischer Widerstand [ $\Omega\text{m}$ ]



Leitfähigkeit:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

[ $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ , S/m]

Stromdichte:

$$j = \frac{I}{A} = \sigma \cdot E$$

Transportgleichung:

$$j = N_v \cdot v \cdot e$$

$N_v$  ... Anzahl der „freien“ Elektronen/Volumen

$v$  ... Geschwindigkeit

$e$  ... Elementarladung

## Beschleunigung einer Ladung im elektrischen Feld $E$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Kraft auf Ladung  $q$

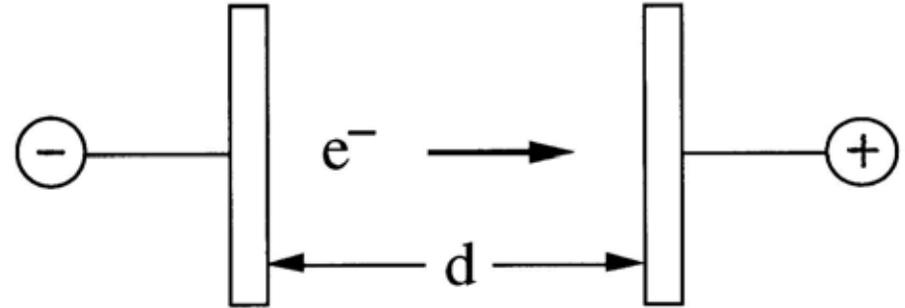
$$\text{Energie} = F \cdot d = q \cdot E \cdot d = q \cdot U$$

$U$  ... Potentialdifferenz [V]

Einheit der Energie:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

= kinetische Energie, die eine Einheitsladung bei der Beschleunigung entlang einer Potentialdifferenz von 1 V erfährt.



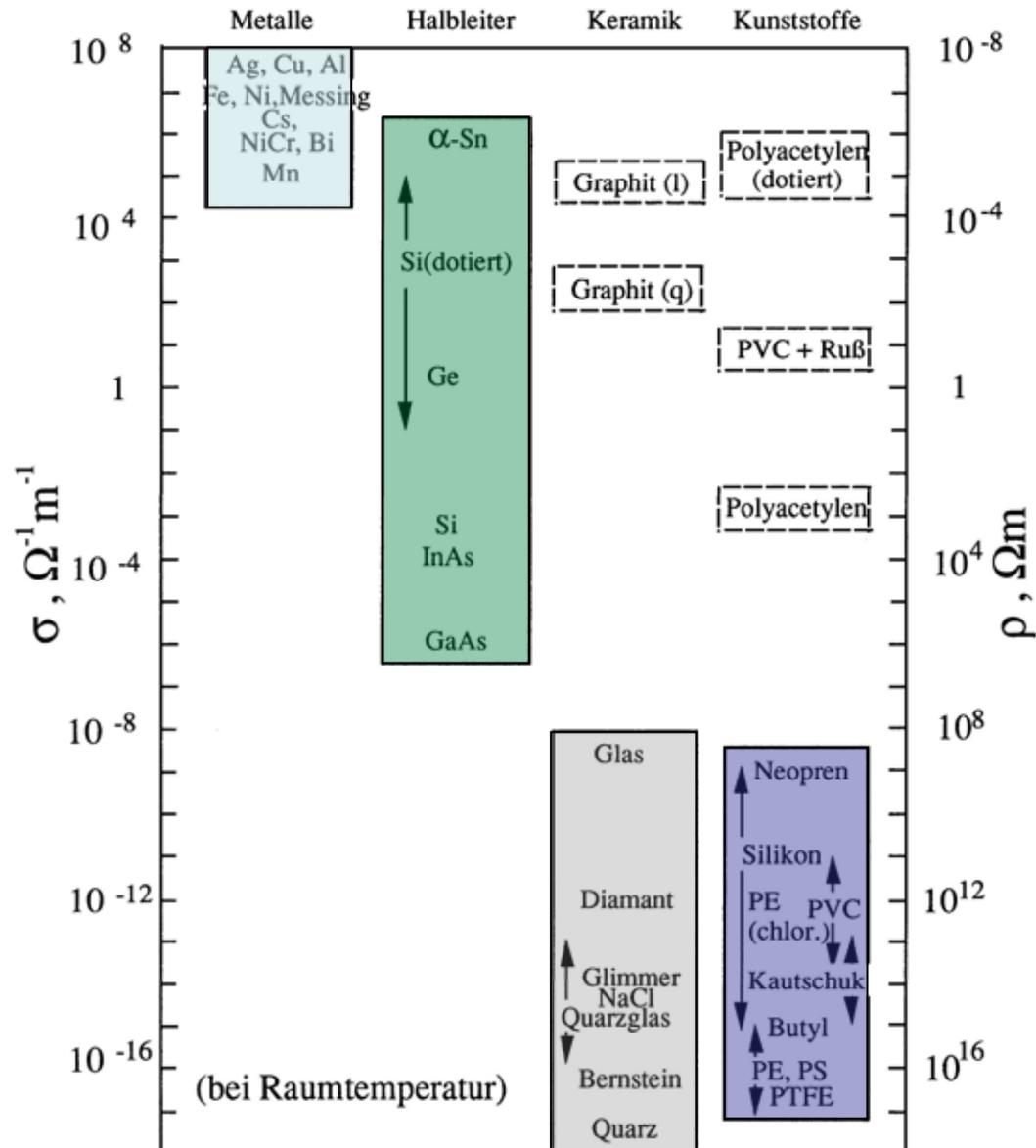
## Ablenkung einer bewegten Ladung im Magnetfeld

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Lorentz-Kraft

$\vec{B}$  = magnetische Induktion [Vs/m<sup>2</sup>]

# Leitfähigkeit nach Werkstoffgruppen



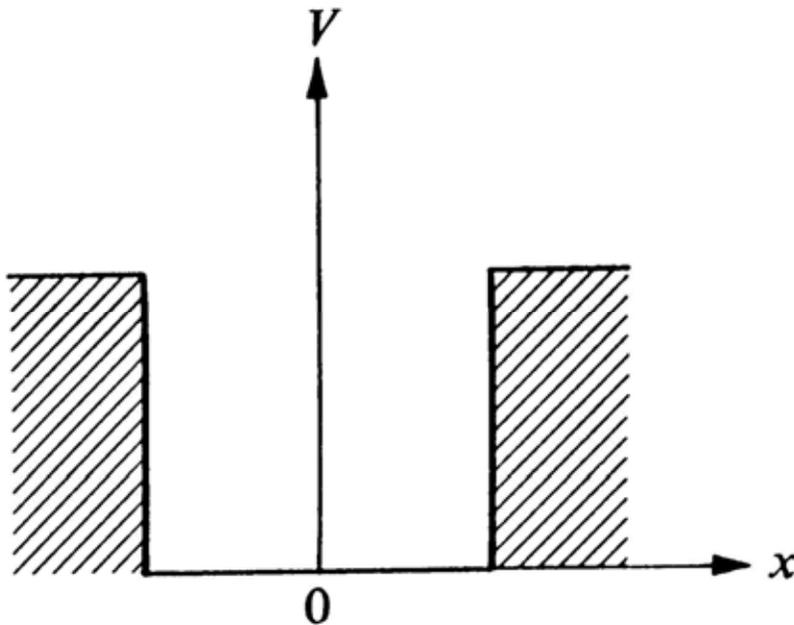
<b>Material</b>	$\sigma, \Omega^{-1}m^{-1}$
Ag	$6,29 \cdot 10^7$
Cu	$5,98 \cdot 10^7$
Al	$3,77 \cdot 10^7$
Fe	$1,03 \cdot 10^7$
Ni	$1,46 \cdot 10^7$
Cs	$5 \cdot 10^6$
Graphit (längs)	$2 \cdot 10^6$
NiCr	$10^6$
$\alpha$ -Sn	$10^6$
Bi	$8 \cdot 10^5$
Polyacetylen (dotiert)	$3 \cdot 10^5$
Mn	$10^5$
Graphit (quer)	$2 \cdot 10^2$
Si (dotiert)	$10^{-1} \dots 10^5$
Ge	2,2
Si	$9 \cdot 10^{-4}$
InAs	$10^{-4}$

<b>Material</b>	$\sigma, \Omega^{-1}m^{-1}$
GaAs	$10^{-6}$
Glas	$10^{-9} \dots 10^{-12}$
Neopren	$10^{-9}$
Silikon	$10^{-9} \dots 10^{-15}$
Diamant	$10^{-12}$
PE (clor.)	$10^{-12}$
PVC	$10^{-11} \dots 10^{-14}$
Glimmer	$10^{-14}$
NaCl	$8 \cdot 10^{-15}$
Quarzglas	$10^{-13} \dots 10^{-15}$
Kautschuk	$10^{-13} \dots 10^{-15}$
Butyl	$10^{-15}$
PE	$10^{-15} \dots 10^{-17}$
PS	$10^{-15} \dots 10^{-17}$
Bernstein	$10^{-16}$
PTFE	$10^{-17}$
Quarz	$10^{-18}$

## 2.2 Metalle

### 2.2.1 Freies Elektronengas („Drude“)

Anzahl der Leitungselektronen pro Volumen



$$N_V = Z \cdot \frac{\delta_m N_A}{M} = Z \cdot \frac{1}{\Omega}$$

Z ... Wertigkeit

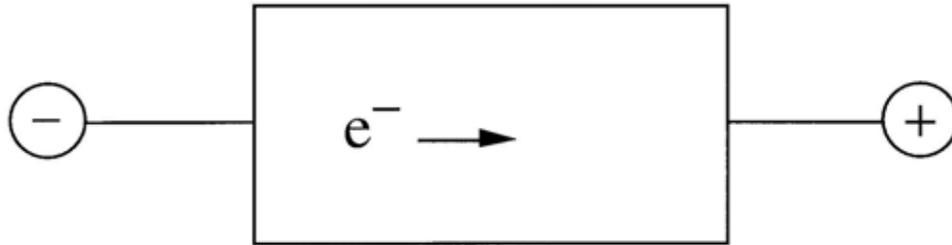
$\delta_m$  ... Dichte

$N_A$  ... Avogadro-Zahl

M ... relative Atommasse

$\Omega$  -... Atomvolumen

## 2.2.2 Klassische Theorie der Leitfähigkeit (Drude, Lorentz)



Beschleunigung der „freien“  
Elektronen im elektrischen Feld:

$$F = m \cdot \frac{dv}{dt} = e \cdot E$$

Mittlere Geschwindigkeit im Zeitraum  $\tau$  zwischen Zusammenstößen mit dem Gitter:

$$v = \frac{e \cdot E \cdot \tau}{m}$$

$\tau$  ... „Kollisionszeit“  
„Lebensdauer“  
„Relaxationszeit“

Transportgleichung:

$$j = N_v \cdot v \cdot e = \sigma \cdot E$$

Ergebnis:

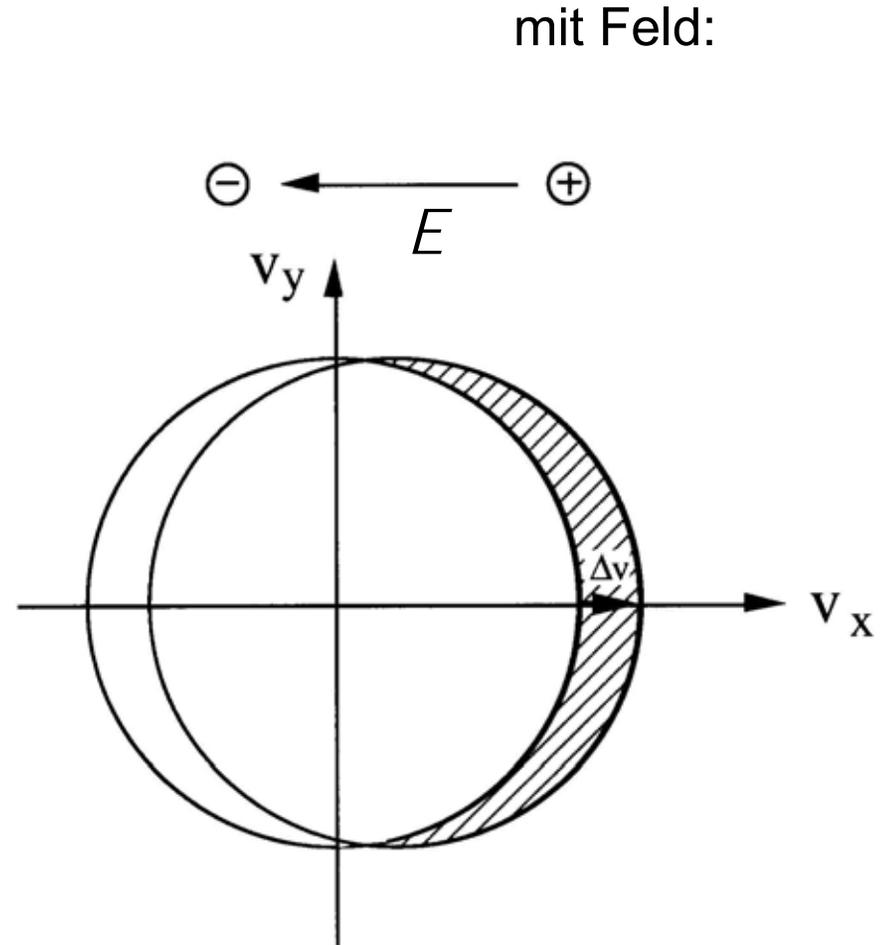
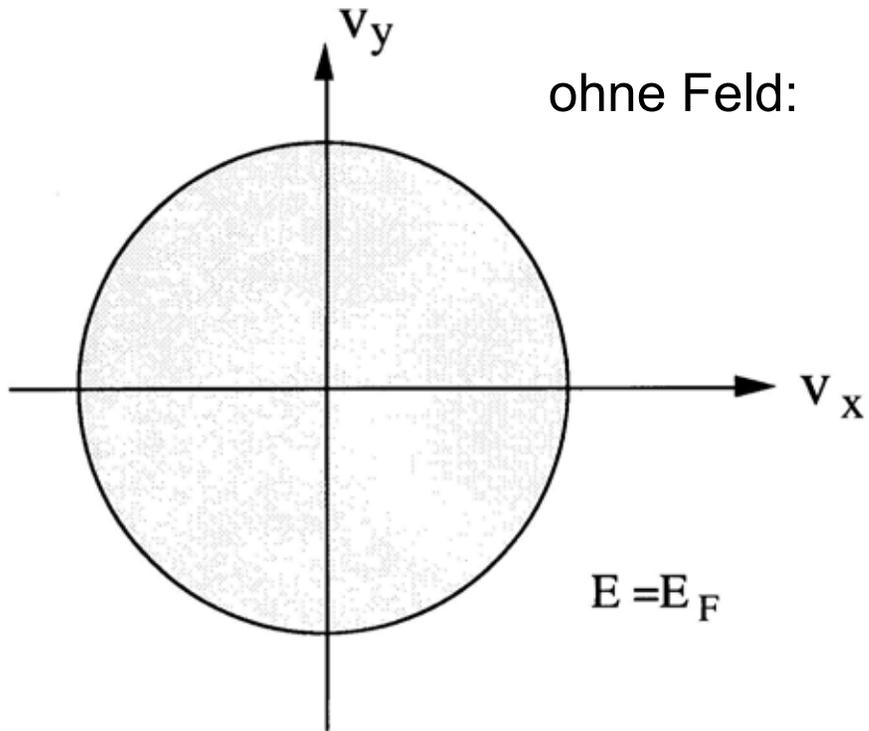
$$\sigma = \frac{N_v \cdot e^2 \cdot \tau}{m}$$

## Metalle: Elektrische Leitfähigkeit und andere Parameter (bei Raumtemperatur)

Element	$\sigma, 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$	$N_v, 10^{28} \text{ m}^{-3}$	$\tau, 10^{-14} \text{ s}$	$I, \text{ \AA}$
Li	1.07	4.6	0.9	110
Na	2.11	2.5	3.1	350
K	1.39	1.3	4.3	370
Rb	0.80	1.1	2.8	220
Cs	0.50	0.85	2.1	160
Cu	5.88	8.45	2.7	420
Ag	6.21	5.85	4.1	570
Au	4.55	5.90	2.9	410
Be	3.03	24.70	0.5	-
Mg	2.36	8.61	1.1	-
Ca	2.67	4.61	2.2	-
Sr	0.44	3.55	0.4	-
Ba	0.17	3.15	0.2	-
Zn	1.69	13.19	2.5	-
Cd	1.38	9.28	0.6	-
Al	3.65	18.06	0.8	-
Ga	0.67	15.30	0.17	-
In	1.14	11.50	0.38	-
Sb	0.23	16.50	0.055	-
Bi	0.08	14.10	0.023	-

Quelle : Omar, S. 154 und Ashcroft, S. 10

## 2.2.3 Quantenmechanische Theorie



## Ableitung der Leitfähigkeit

$$j = N^* \cdot v_F \cdot e$$

$N^*$  ... Anzahl der unkompensierten Elektronen pro Volumen  
 $v_f$  ... Fermi-Geschwindigkeit

Berechnung von  $N^*$ :

$$N^* \approx N(E_F) \cdot \Delta E$$

$$\Delta E = \hbar v_F \Delta k$$

$$j = e \cdot N(E_F) \cdot \hbar \cdot v_F^2 \cdot \Delta k$$

Verschiebung der  
Fermikugel unter  
 $E$ -Feld:

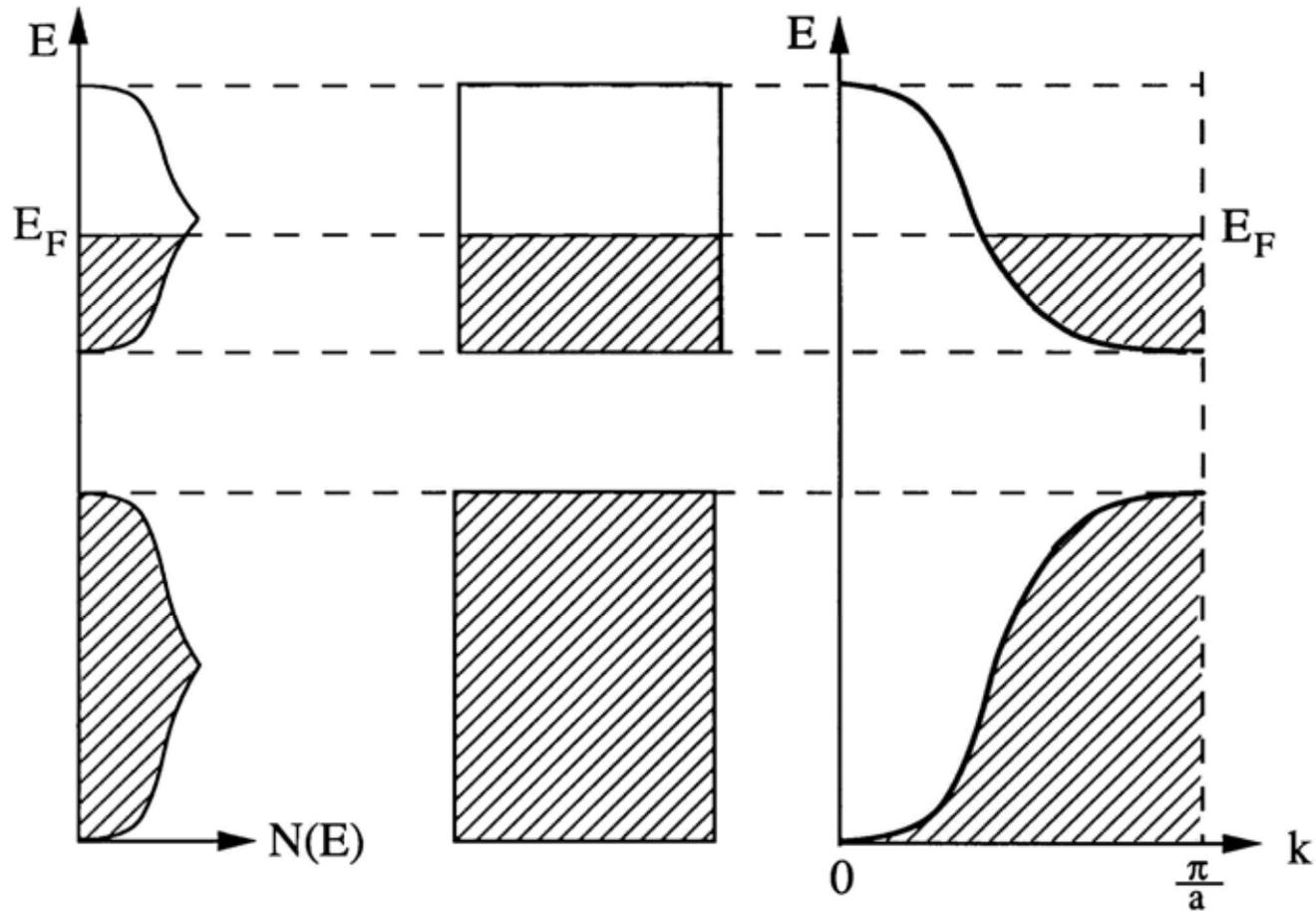
$$\Delta k = \frac{eE}{\hbar} \cdot \Delta t$$

Ergebnis:

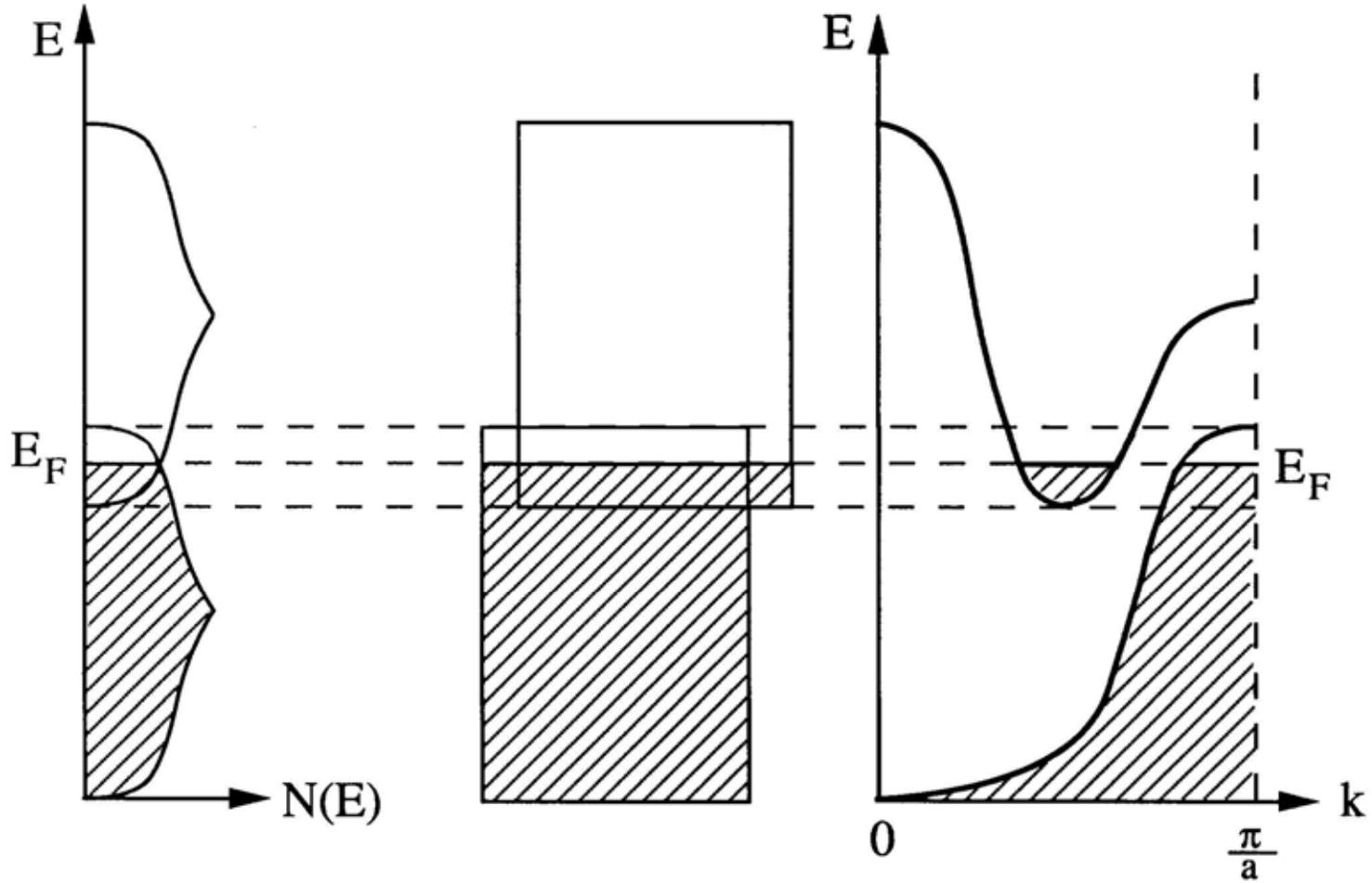
$$\sigma = \frac{1}{3} N(E_F) \cdot e^2 \cdot v_F^2 \cdot \tau$$

$N(E_F)$  ... Besetzungsdichte des Fermi-Niveaus

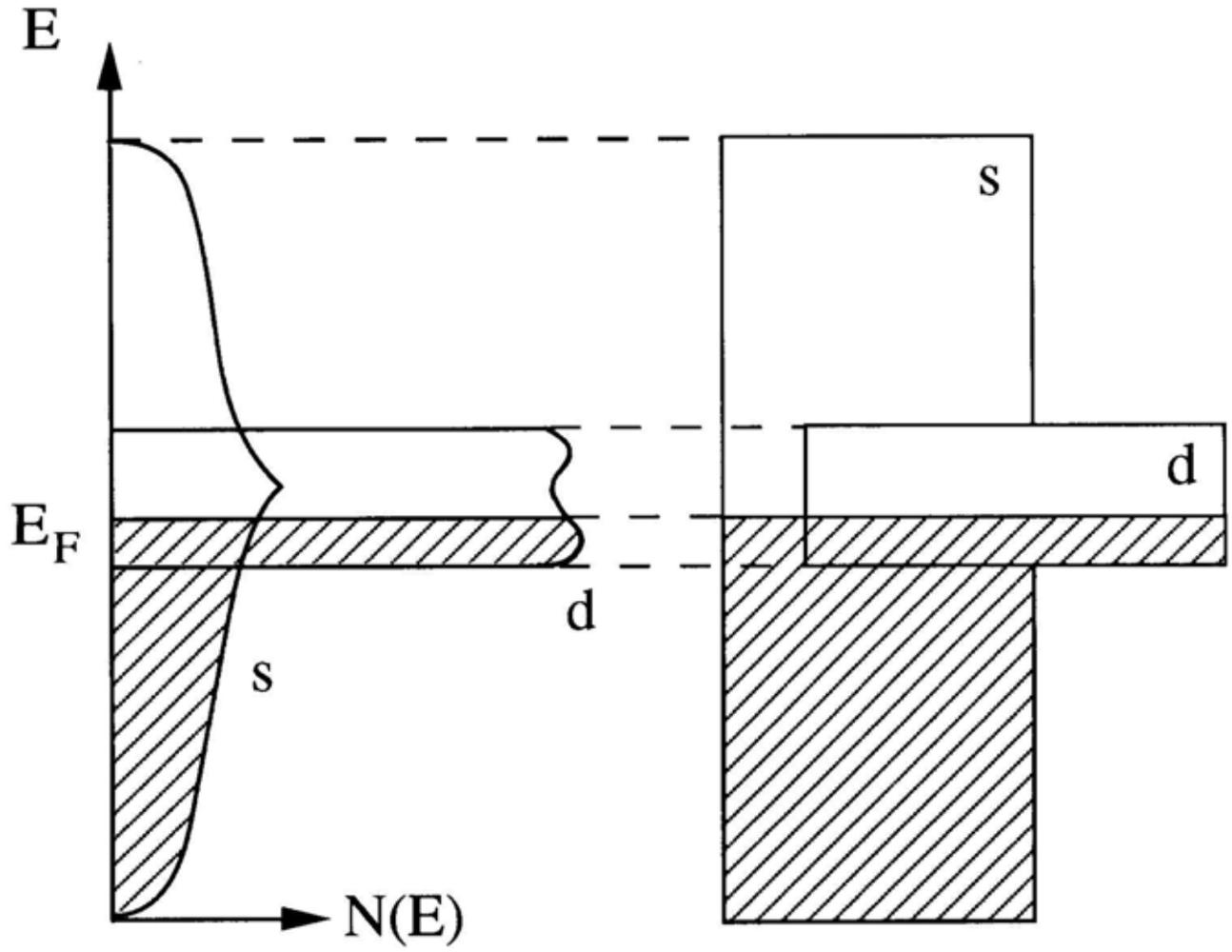
Einwertige Metalle:  $N(E_F) \gg 0$



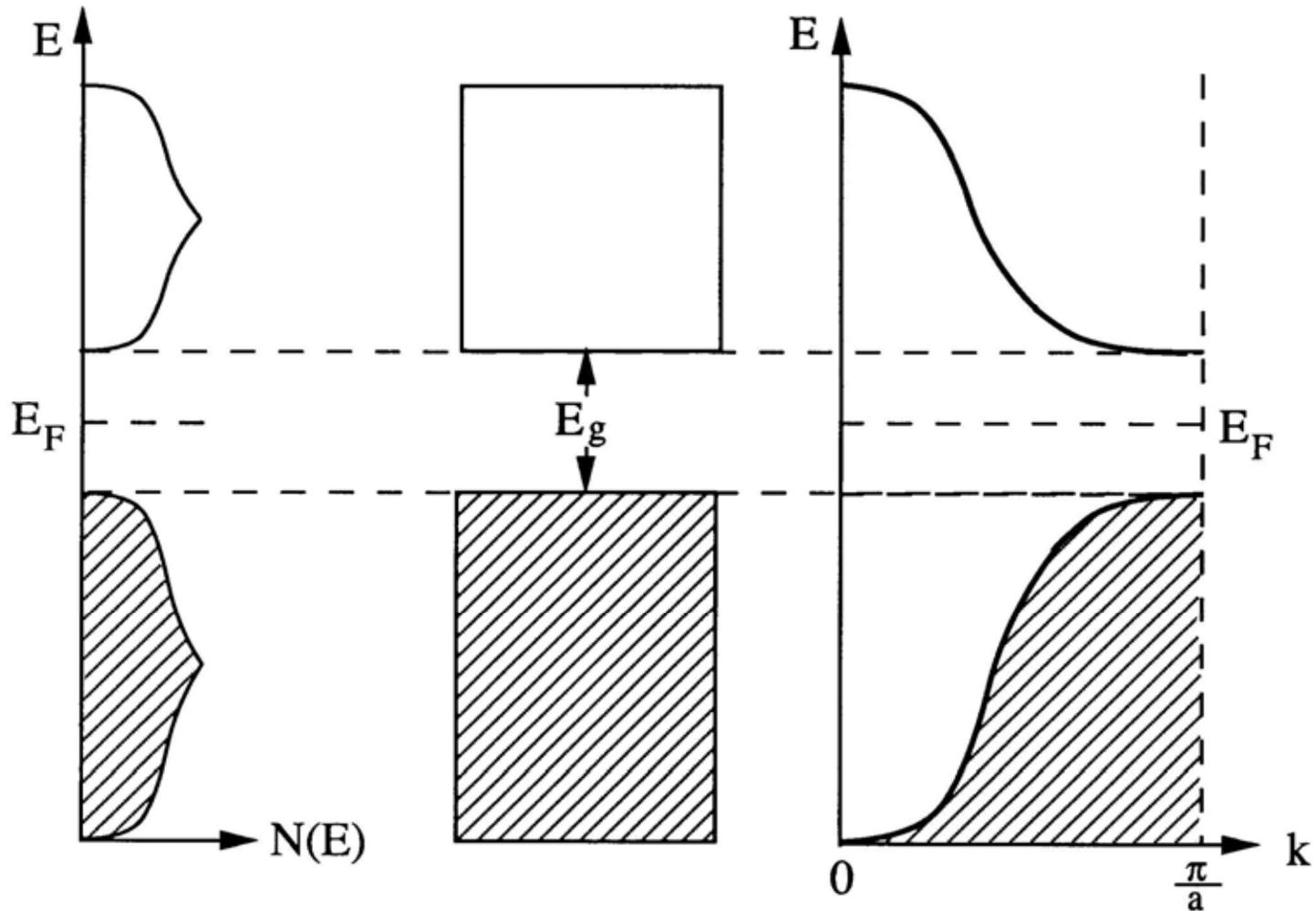
Zweiwertige Metalle:  $N(E_F) \gg 0$



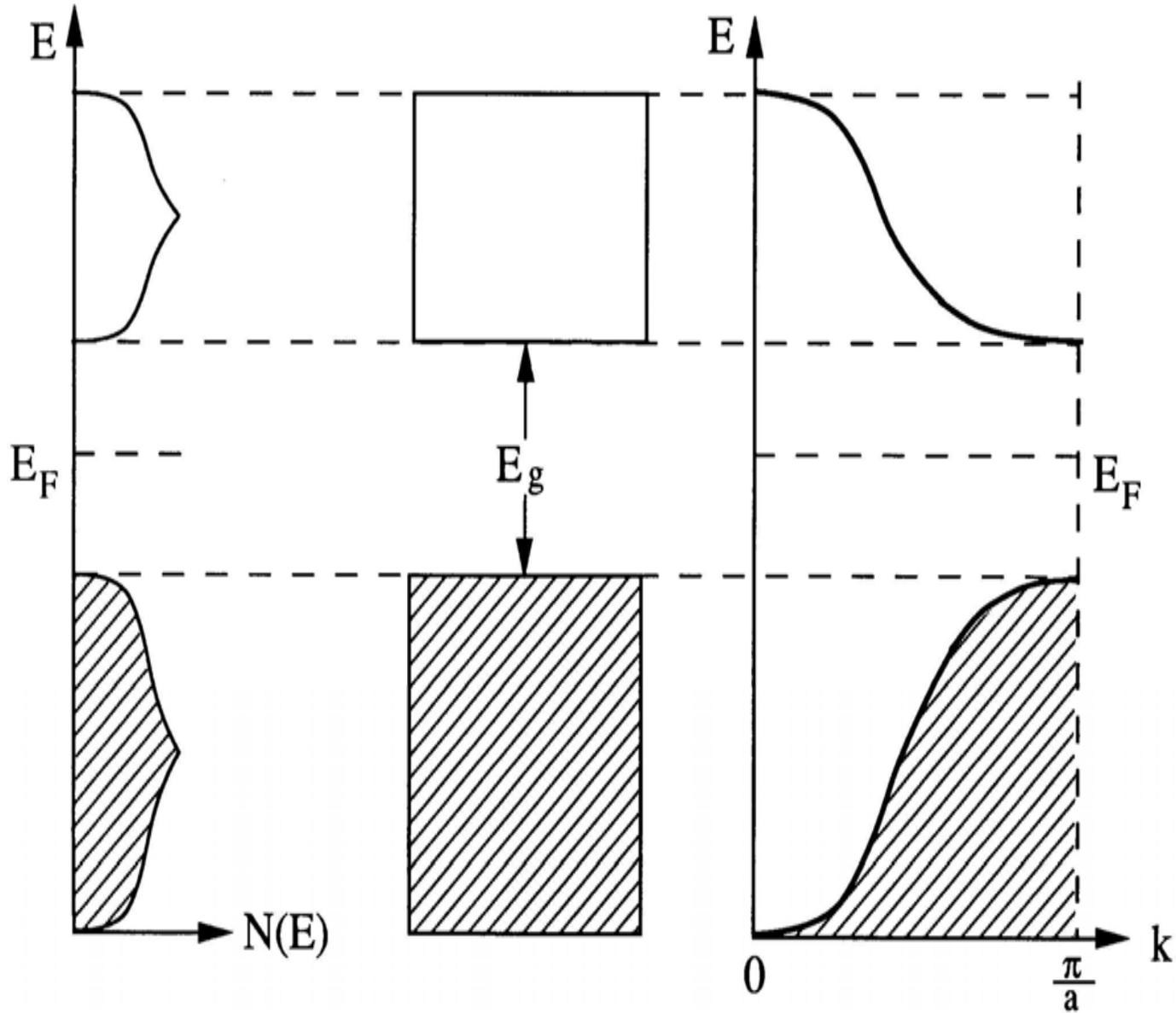
# Übergangsmetalle



Halbleiter:  $N(E_F) = 0$ ,  $E_g \lesssim 2\text{eV}$

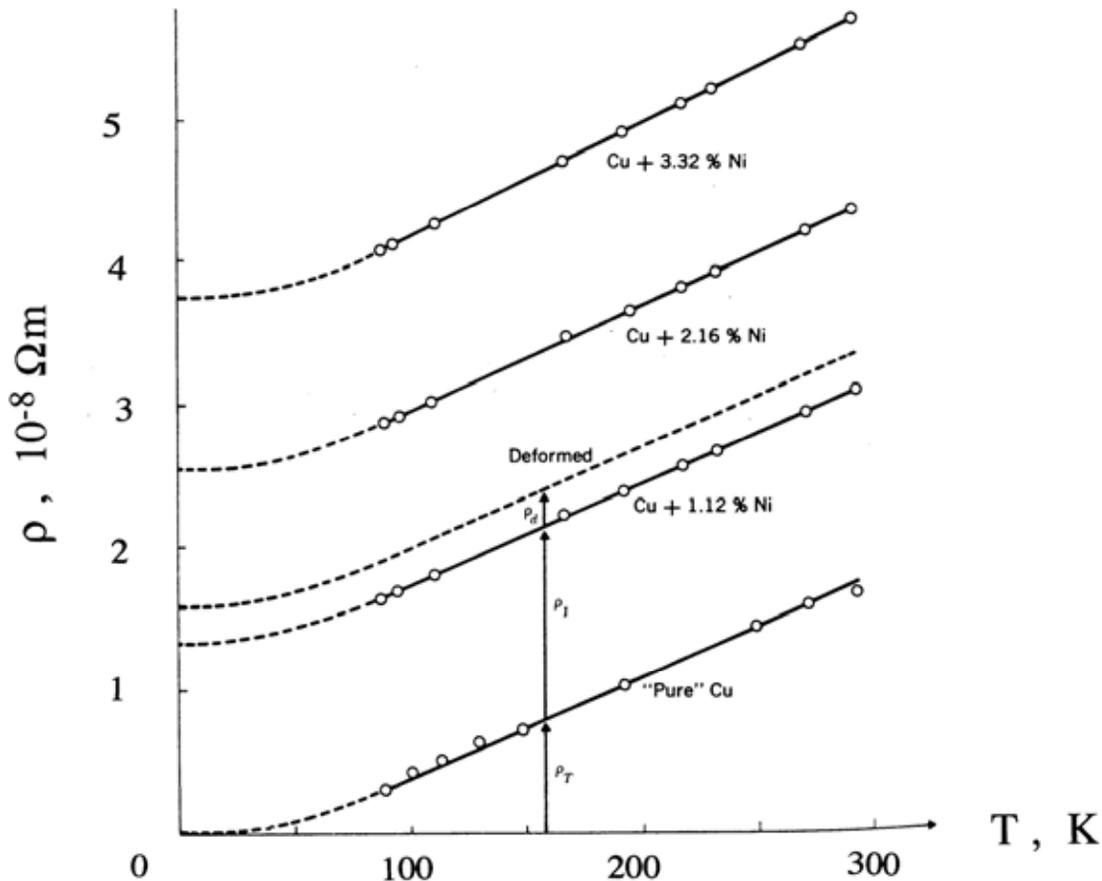


Isolatoren:  $N(E_F) = 0$ ,  $E_g \gtrsim 2\text{eV}$



## 2.2.4 Einfluss von Temperatur, Legierungselementen und Verformung

### 2.2.4.1 Matthiessen-Regel



$$\rho = \rho_0 + \rho(T)$$

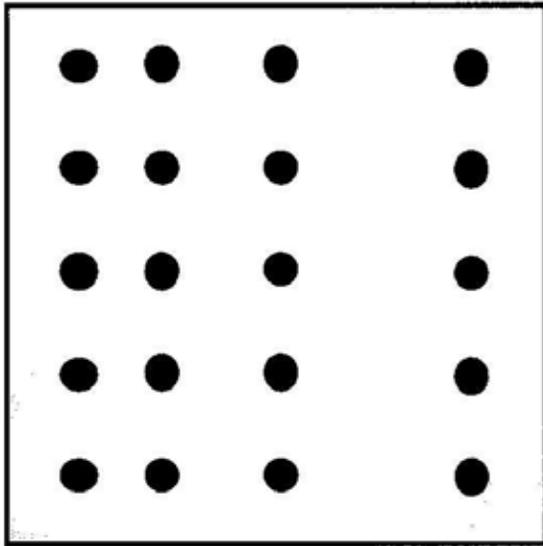
$\rho_0$  ... „Restwiderstand“  
(Defekte)

$\rho$  ... „idealer Widerstand“  
(Phononen)

$$\left( \frac{d\rho}{dT} \right)_{rein} = \left( \frac{d\rho}{dT} \right)_{legiert}$$

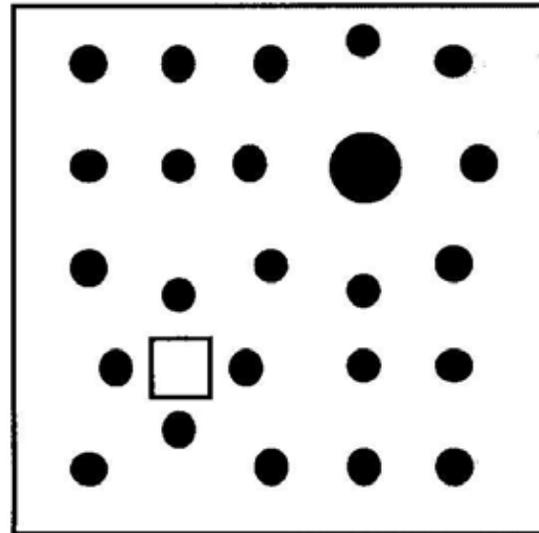
endliche Leitfähigkeit wegen:

„Phononen“



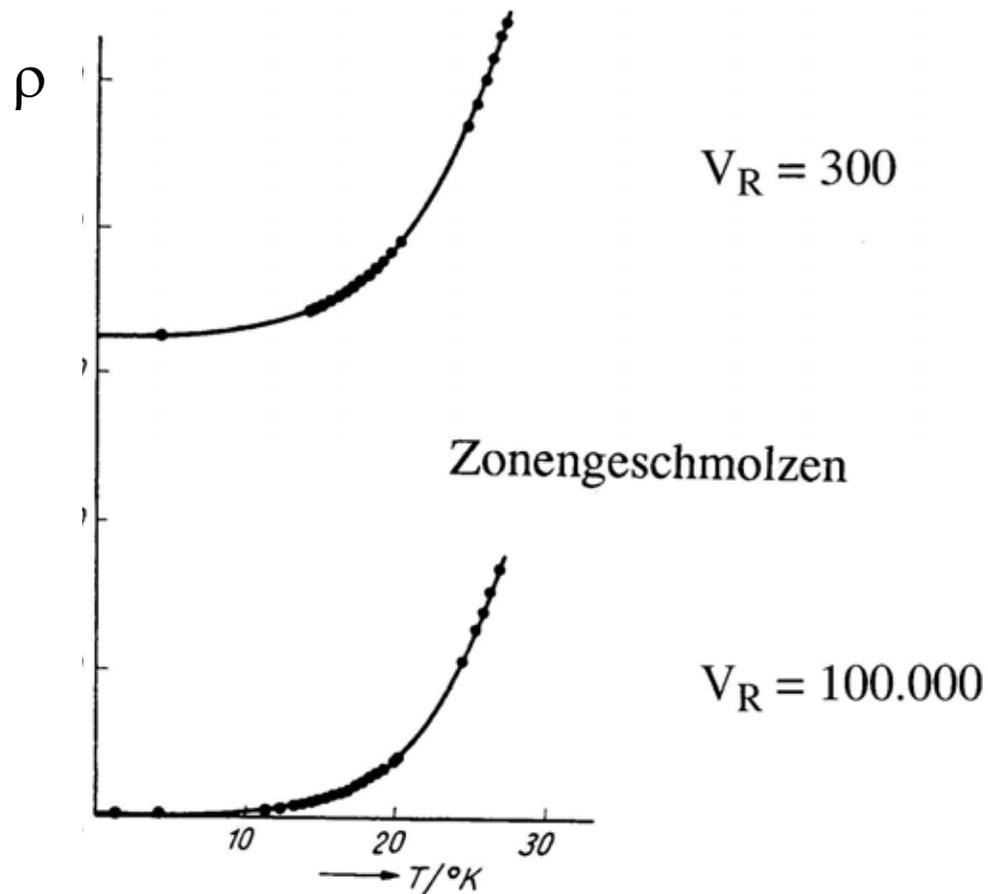
$\rho(T)$

Defekten



$\rho_0$

# Wolfram



Restwiderstandsverhältnis:

$$V_R = \frac{\rho(298 K)}{\rho(4,2 K)}$$

(Maß für Reinheit !)

## 2.2.4.2 Temperatureinfluss

einfache Überlegung: 
$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{3}{N(E_F) \cdot e^2 \cdot v_F^2} \cdot \frac{1}{\tau}$$

wobei 
$$\tau = \frac{\ell}{v_F} \quad \ell \dots \text{mittlere freie Weglänge}$$

kinetische Gastheorie:

$$\ell = \frac{1}{\hat{\sigma} \cdot N}$$

$\hat{\sigma}$  ... Streuquerschnitt  
N ... Anzahl Atome/Volumen

Wärmeschwingungen erhöhen den Streuquerschnitt:  $\hat{\sigma} \sim kT$

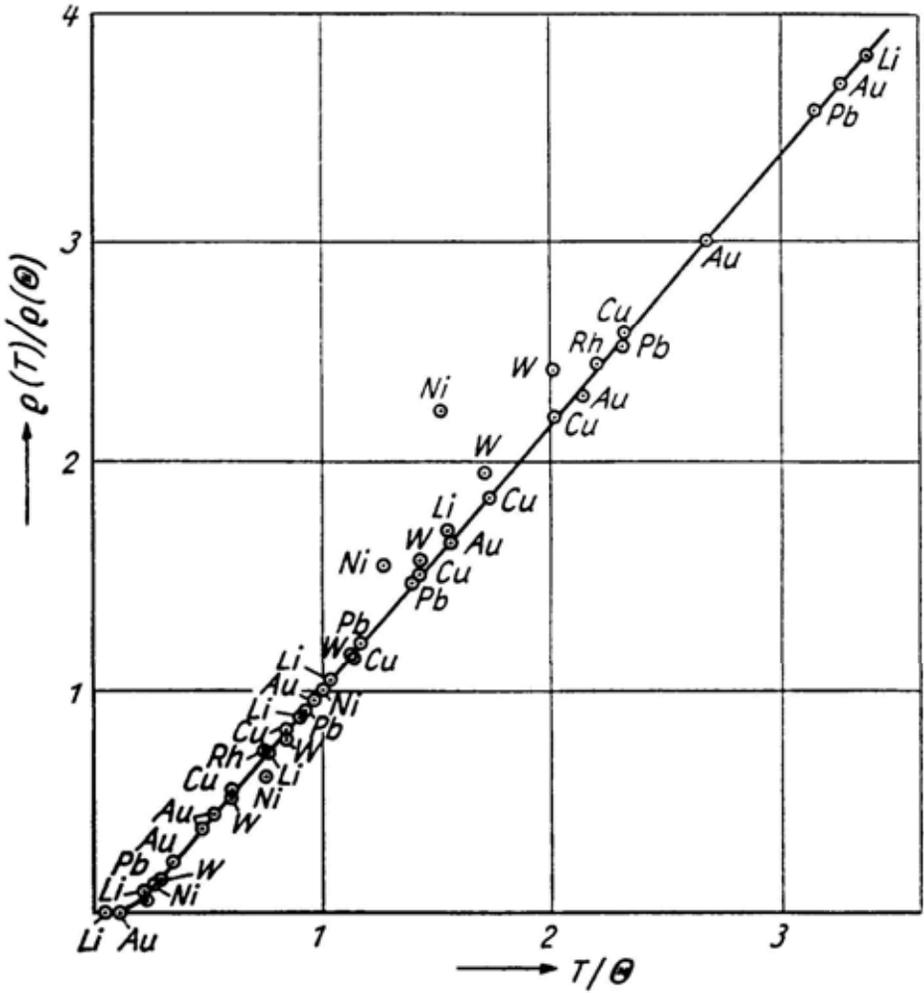
daraus folgt:  $\rho(T) \sim T$

und somit:

$$\left( \frac{\rho_T(T)}{\rho_T(\theta)} \right) \propto \left( \frac{T}{\theta} \right)$$

$\theta$  = Debye-Temperatur

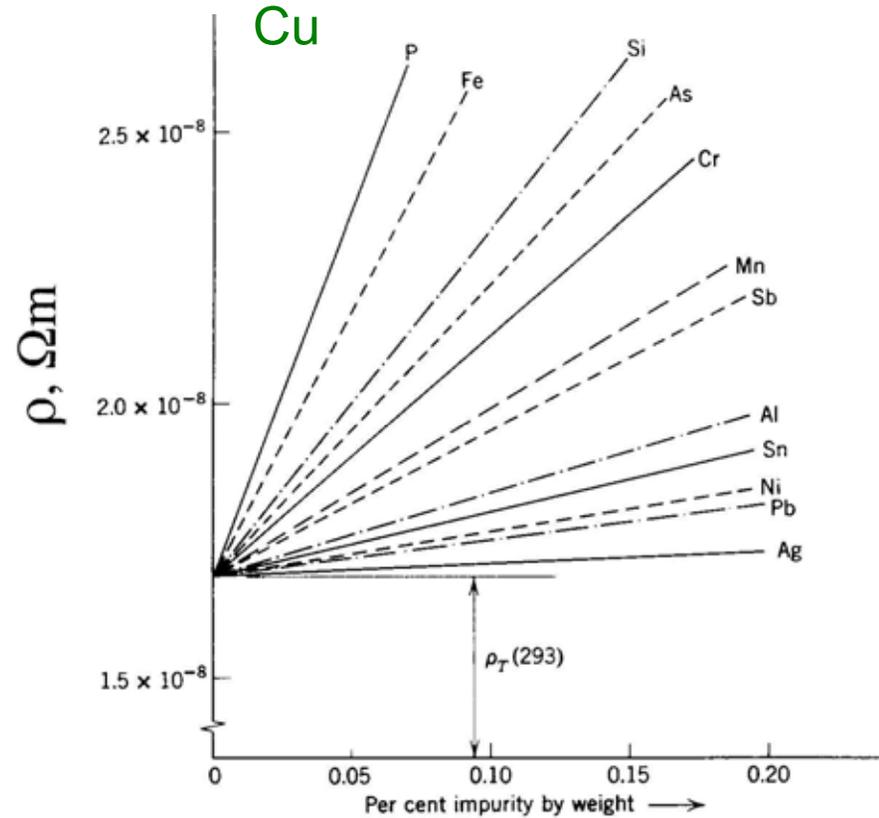
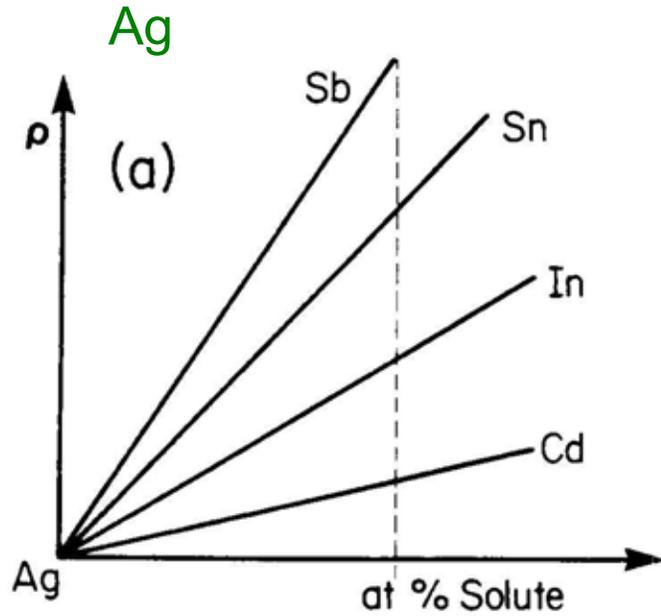
# Temperatureinfluss



Regel nach Grüneisen

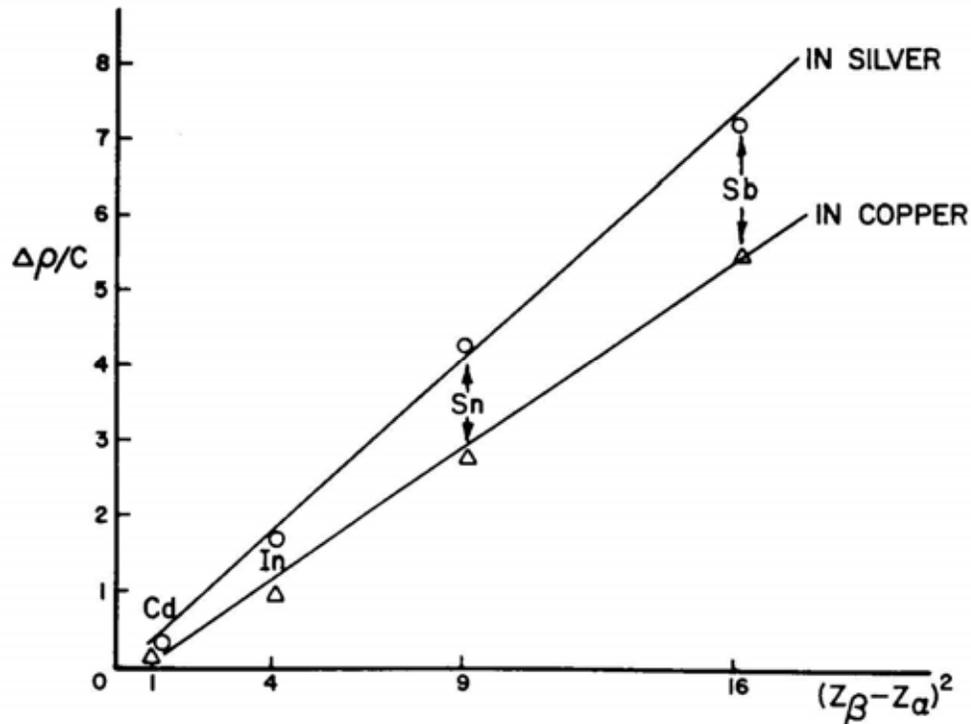
## 2.2.4.3 Legierungseinflüsse

c-Abhängigkeit



Ursachen: Radienunterschied  
Valenzunterschied

## $\Delta z$ -Abhängigkeit

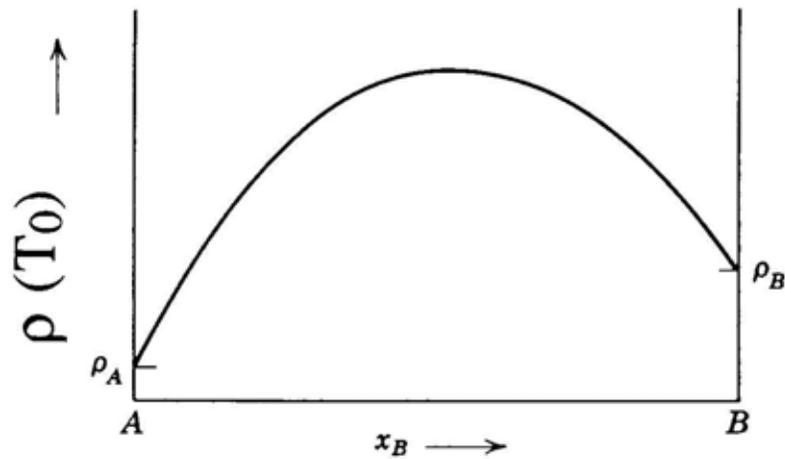
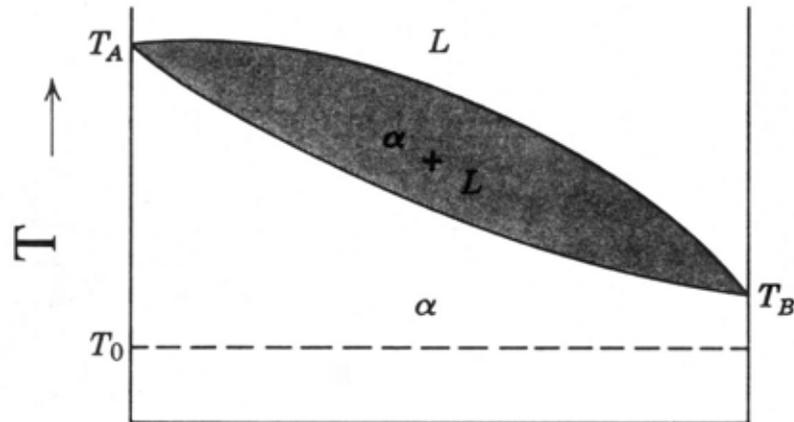


$$\Delta\rho \sim (\Delta Z)^2$$

Regel nach Linde:

Widerstand steigt mit Quadrat der Wertigkeitsdifferenz

# Durchgehende Löslichkeit



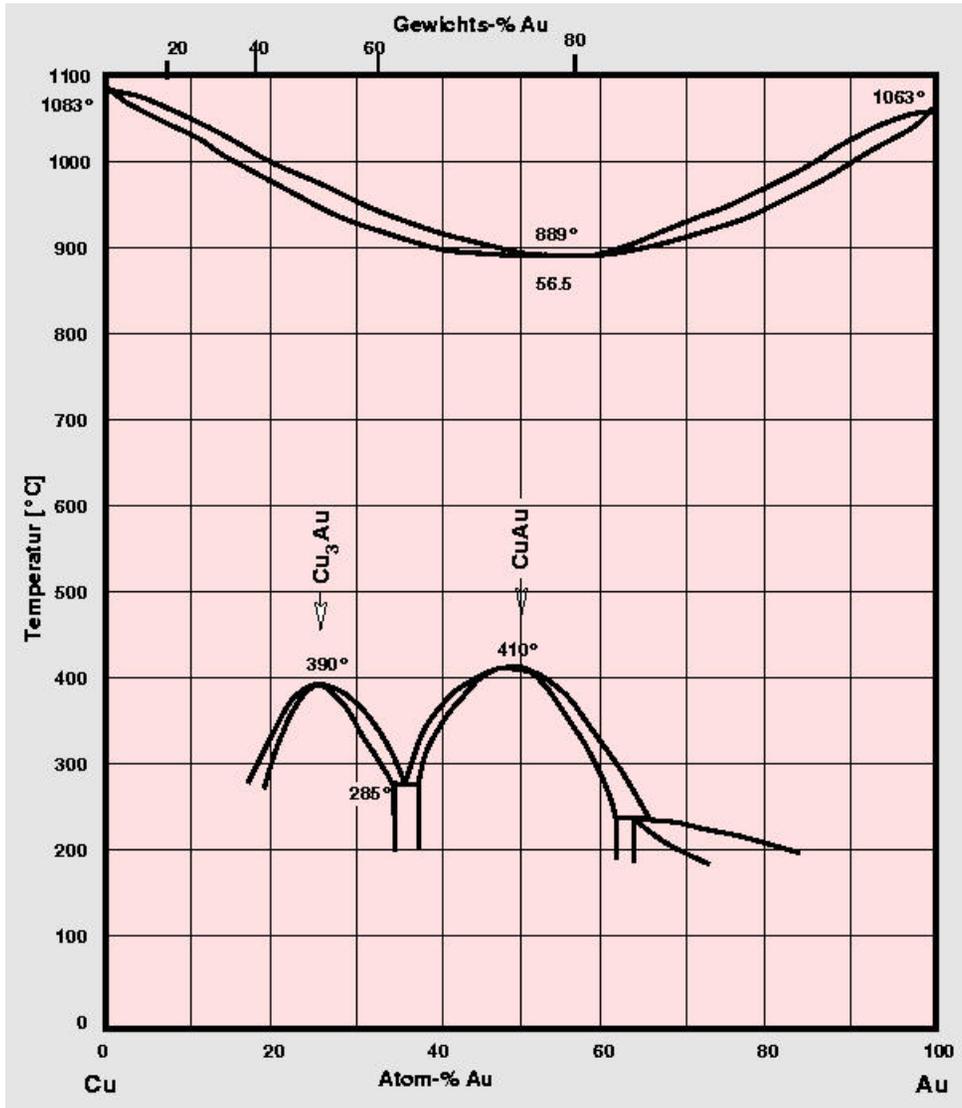
Konzentrationsabhängigkeit:

$$\rho = x_A \rho_A + x_B \rho_B + C x_A x_B$$

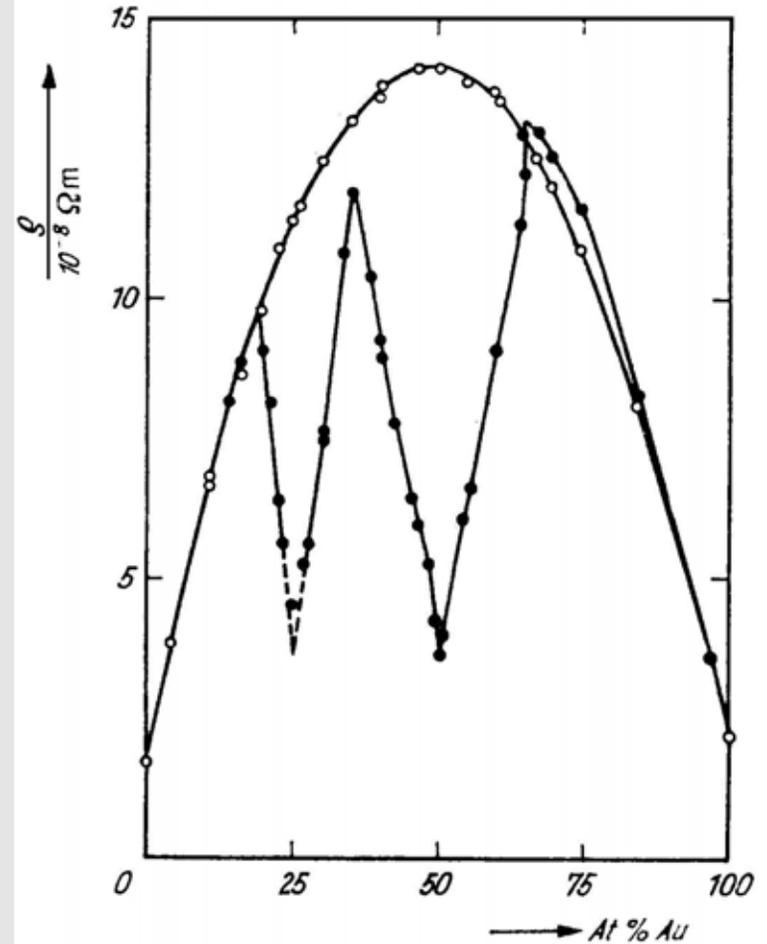
(“Nordheim-Regel“)

mit  
C Materialkonstante  
 $x_A + x_B = 1$

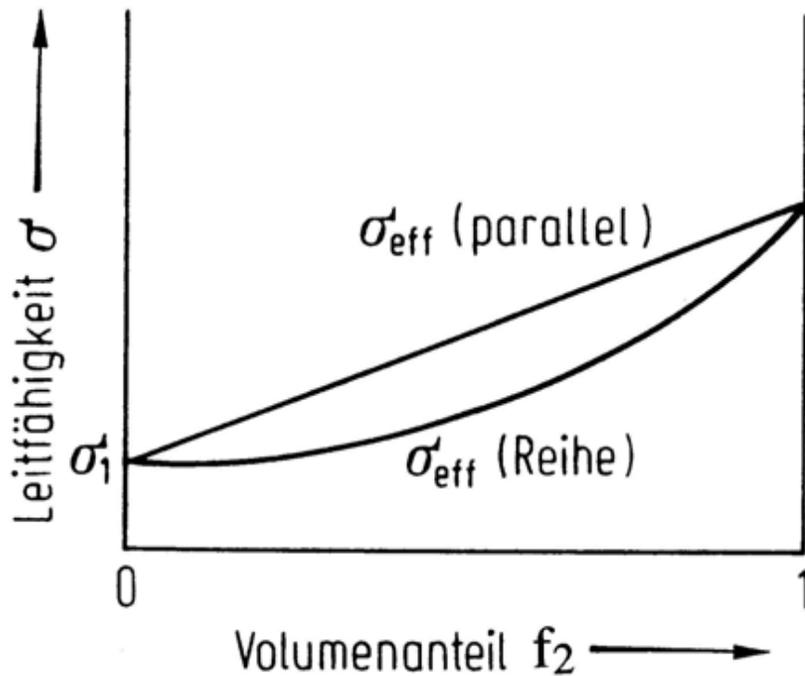
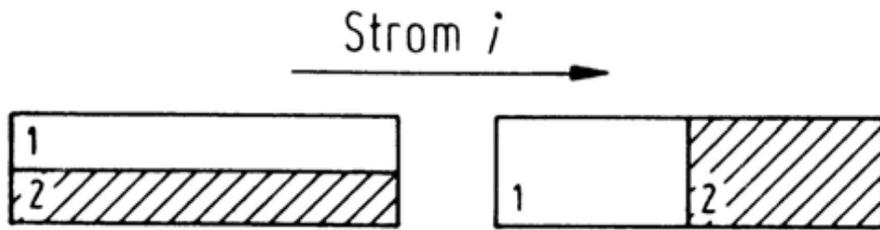
## Durchgehende Löslichkeit mit Ordnungseinstellung



## Einfluss der Ordnung (z.B. Cu-Au)



## Keine Löslichkeit im festen Zustand



Mischungsregeln:

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_1 f_1 + \sigma_2 f_2$$

(Parallel)

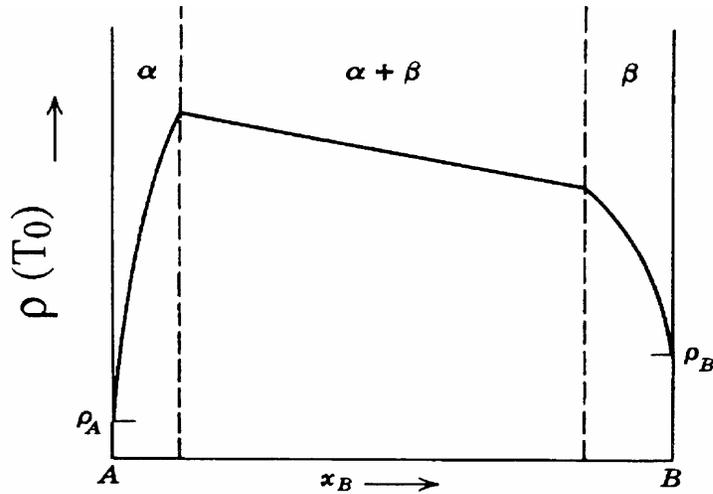
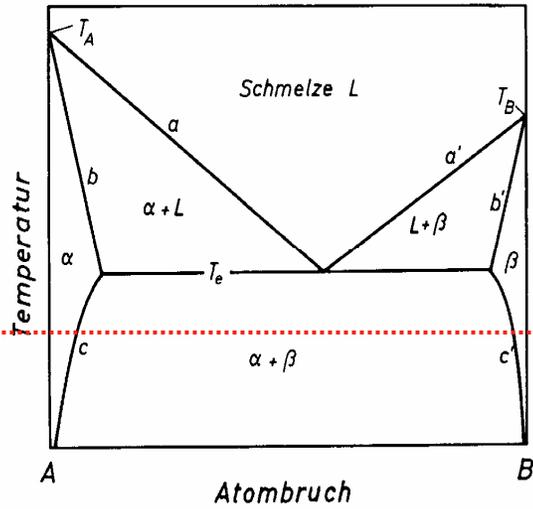
$$\frac{1}{\sigma_{\text{eff}}} = \frac{f_1}{\sigma_1} + \frac{f_2}{\sigma_2}$$

bzw.

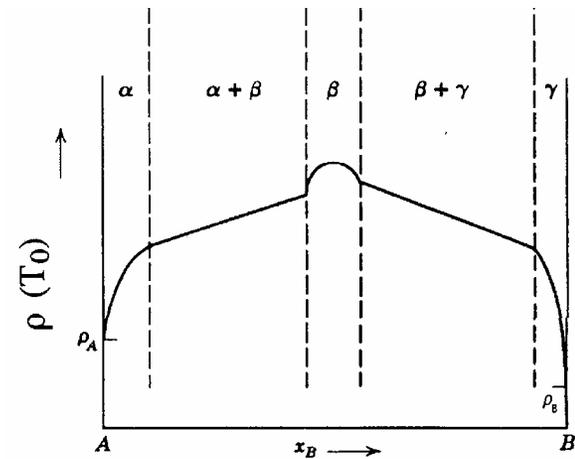
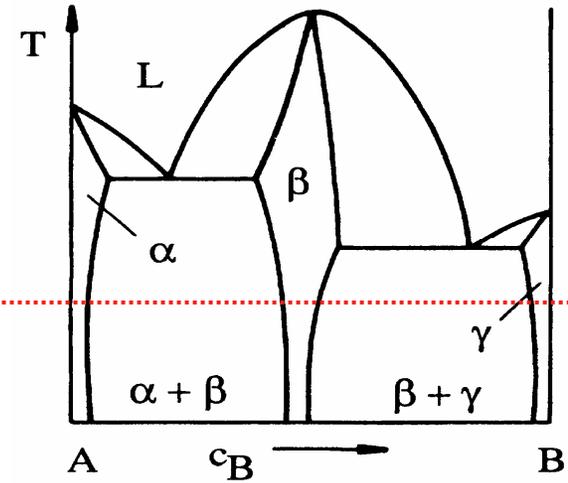
$$\rho_{\text{eff}} = f_1 \rho_1 + f_2 \rho_2$$

(Reihe)

# Eutektikum mit Randlöslichkeit



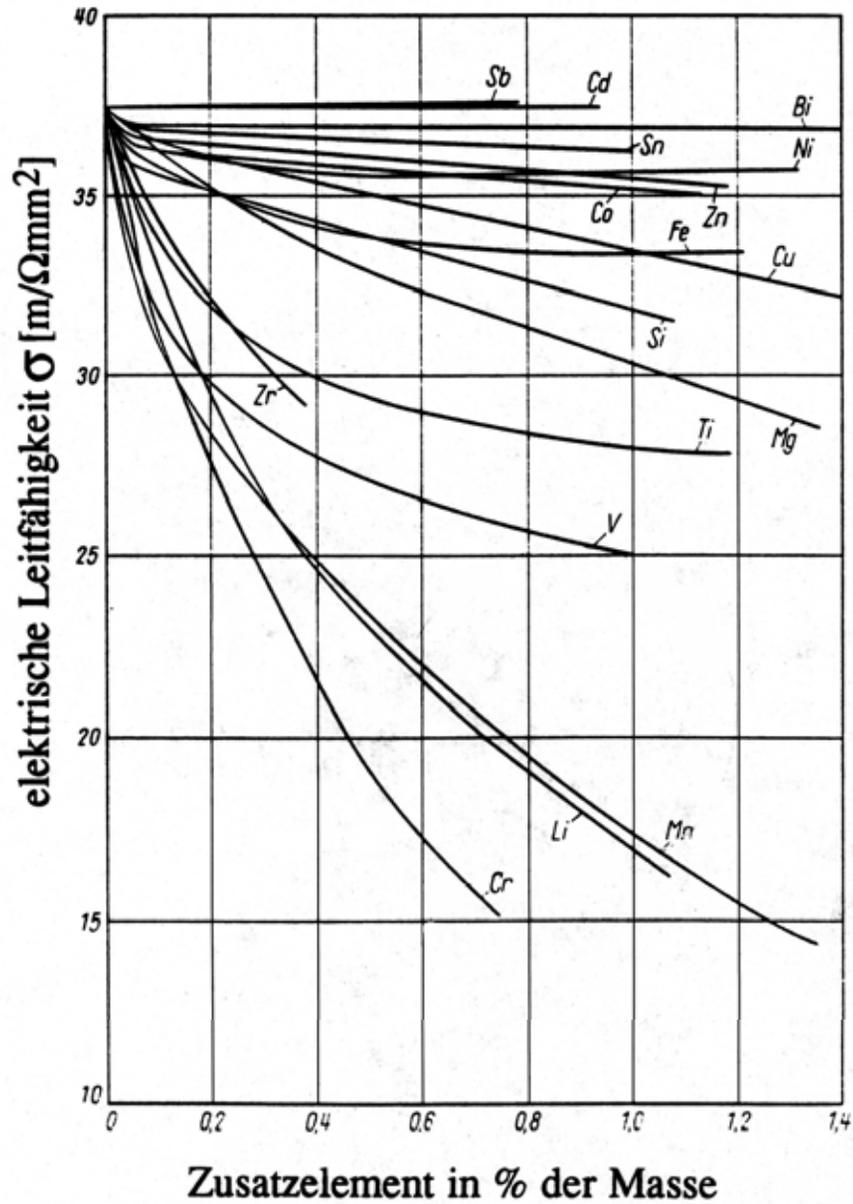
# Binäres System mit intermetallischer Phase



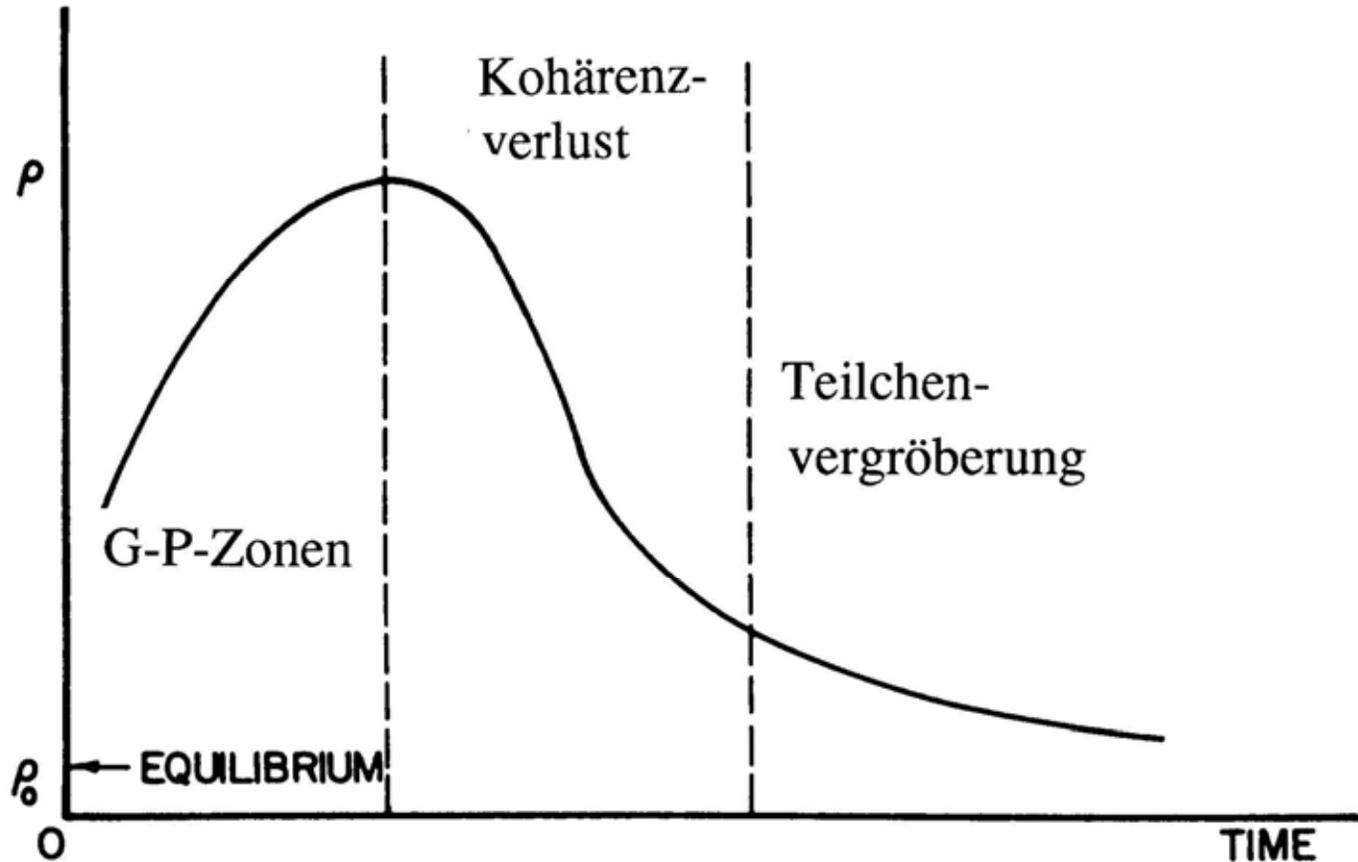
## Technisches Beispiel: Al

Element	Maximum solubility in Al, %	Average increase in resistivity per wt%, $\mu\Omega \cdot \text{cm}$	
		In solution	Out of solution(a)
Chromium .....	0.77	4.00	0.18
Copper .....	5.65	0.344	0.030
Iron .....	0.052	2.56	0.058
Lithium .....	4.0	3.31	0.68
Magnesium .....	14.9	0.54(b)	0.22(b)
Manganese .....	1.82	2.94	0.34
Nickel .....	0.05	0.81	0.061
Silicon .....	1.65	1.02	0.088
Titanium .....	1.0	2.88	0.12
Vanadium .....	0.5	3.58	0.28
Zinc .....	82.8	0.094(c)	0.023(c)
Zirconium .....	0.28	1.74	0.044

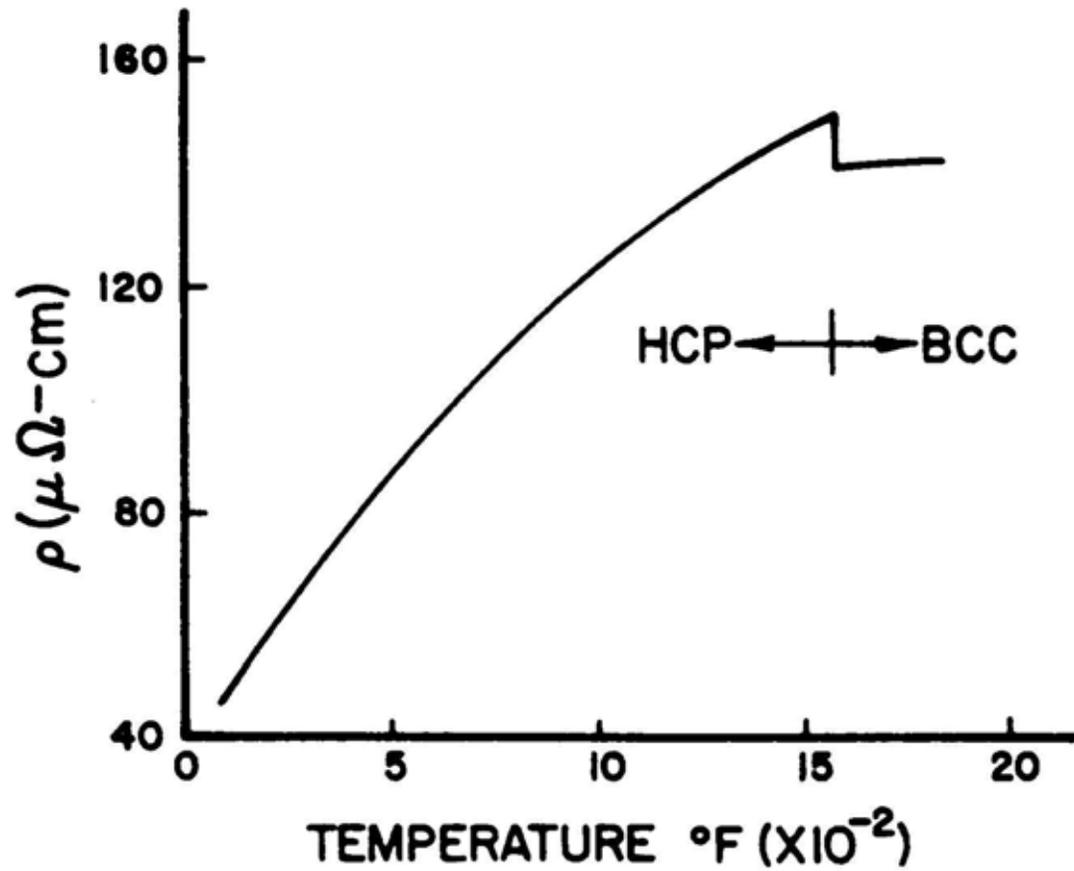
# Technisches Beispiel: Al



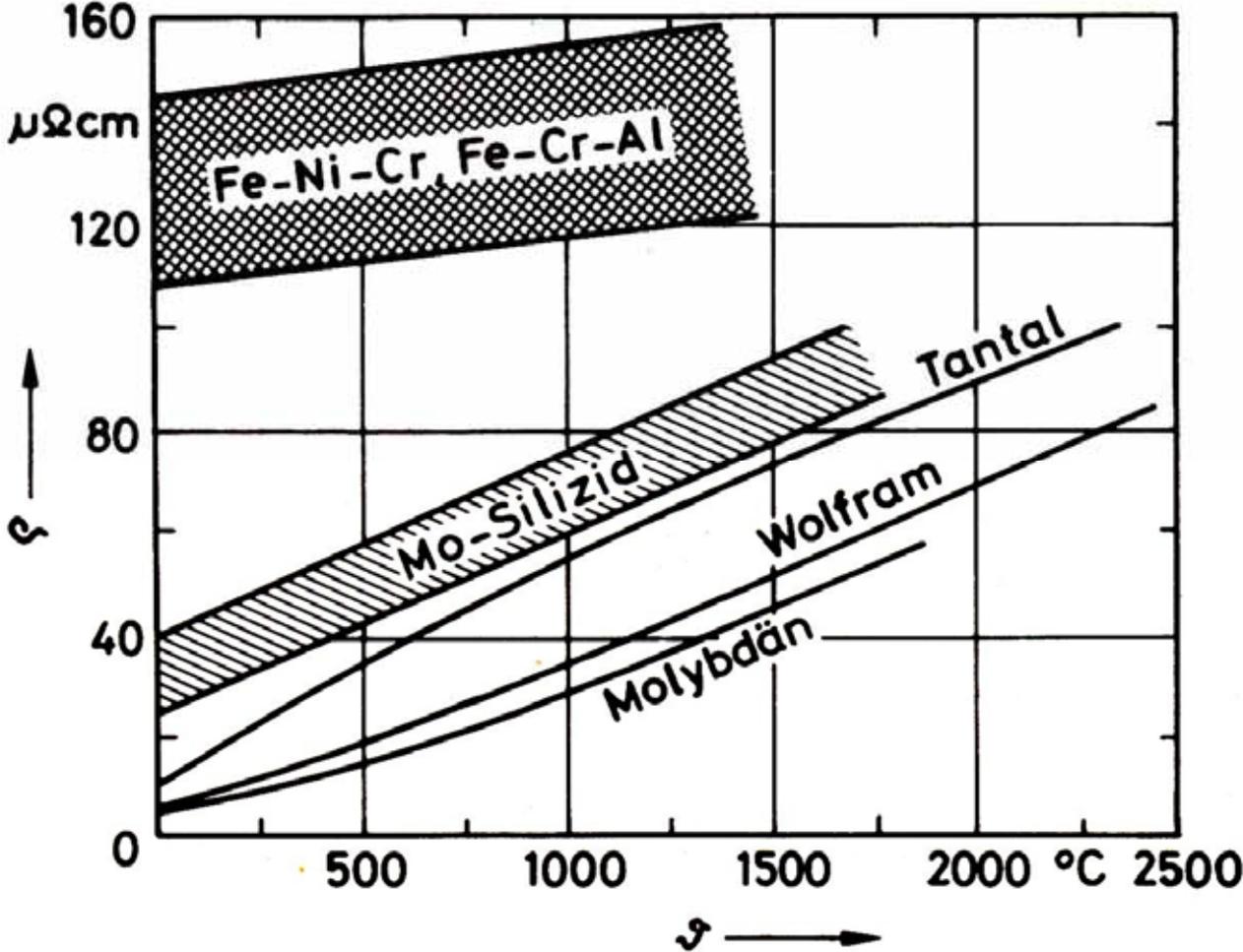
## Kohärente Ausscheidungen:



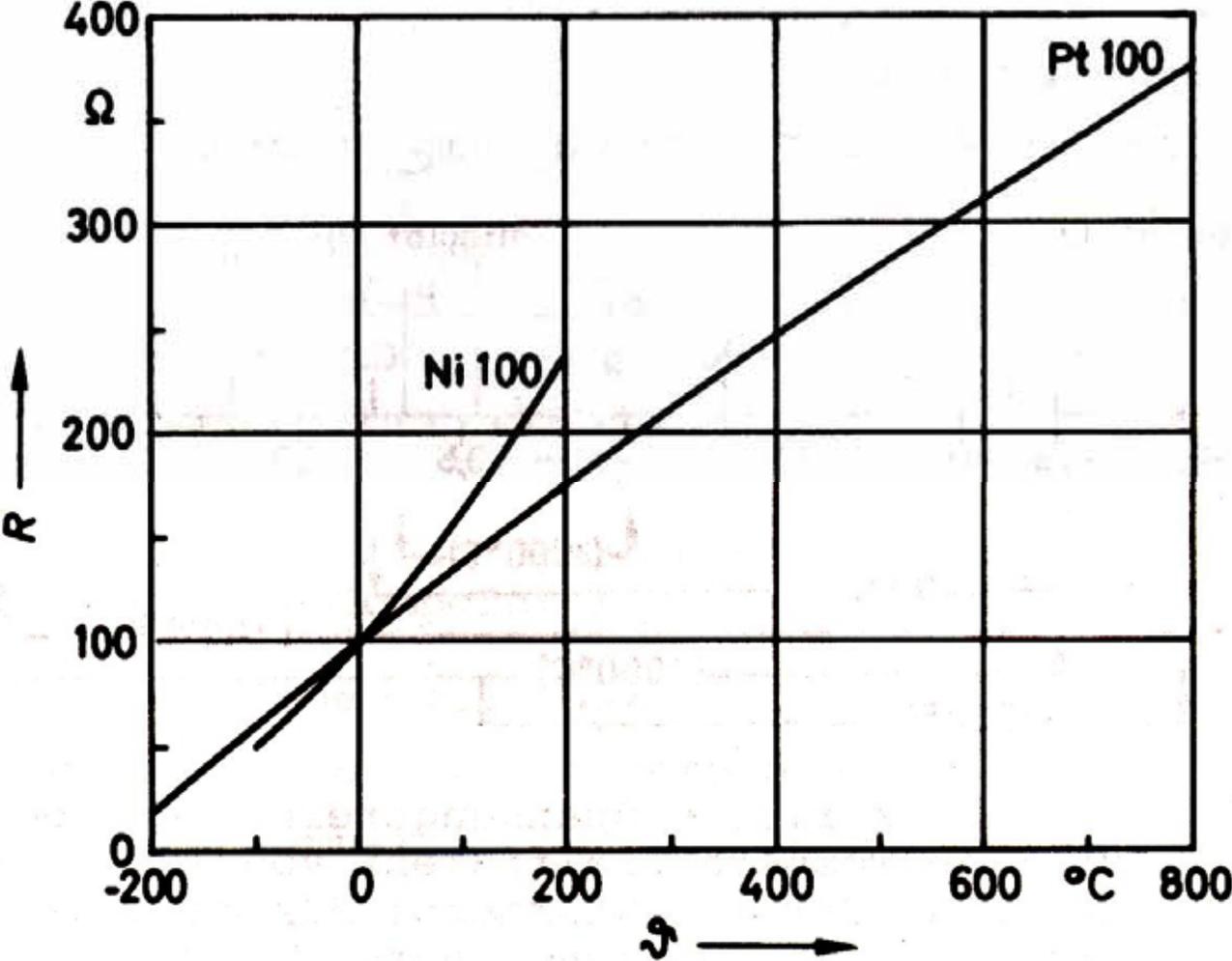
# Allotrope Umwandlung: Ti



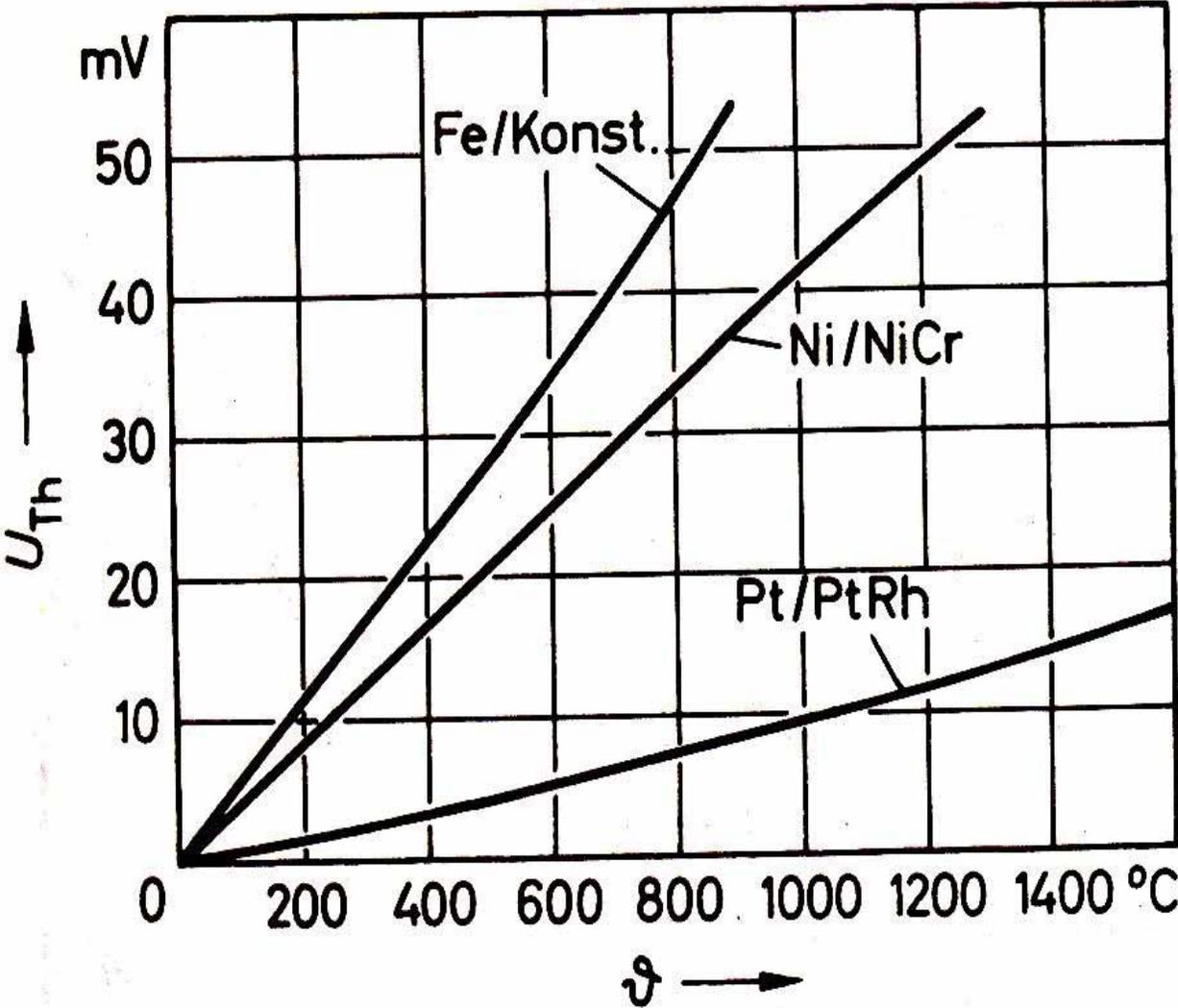
# Heizleiterwiderstände



# Meßtechnik: Widerstandsthermometer



Meßtechnik: Thermoelemente



# Technische Widerstandsmaterialien

## Heizleiter

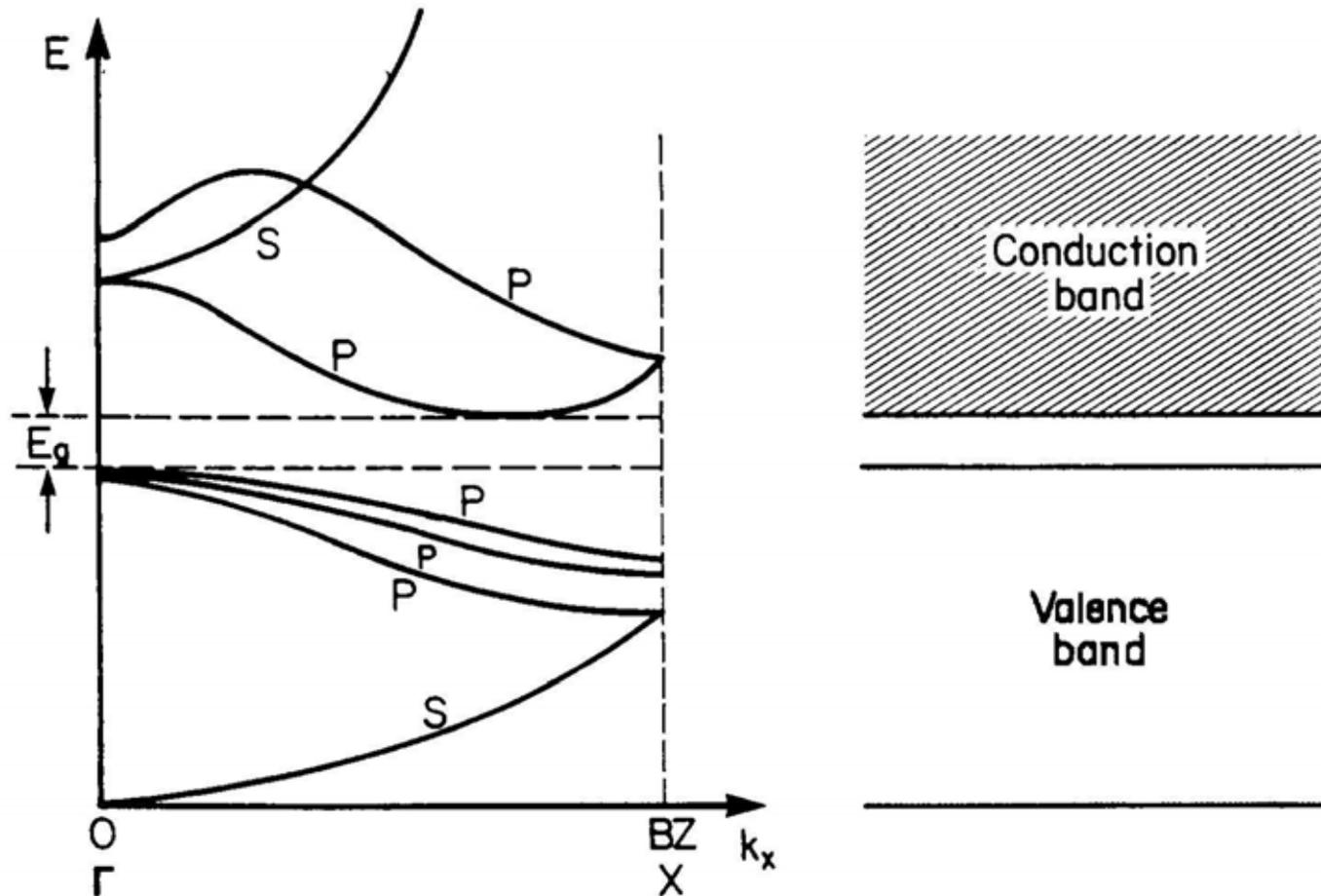
Legierung	Zusammensetzung Gew.%	$\rho/10^{-8} \Omega\text{m}$	$\alpha/10^{-5} \text{K}^{-1}$	$T/^\circ\text{C}$	$T_{\text{max}}/^\circ\text{C}$
Chromnickel	20 Cr, 78–80 Ni 0–2 Mn	106	14	20	1150
Kanthal A 1	72 Fe, 20 Cr, 5 Al 3 Co	145	6	20	1300
Megapyr I	65 Fe, 30 Cr, 5 Al	140	2,5	20	1350

## Widerstandswerkstoffe

Legierung	Zusammensetzung Gew.%	$\rho/10^{-8} \Omega\text{m}$	$\alpha/10^{-5} \text{K}^{-1}$	$T/^\circ\text{C}$	$T_{\text{max}}/^\circ\text{C}$
Nickelin	67 Cu, 2–3 Mn 30–31 Ni	40	11	20–100	300
Konstantan	54 Cu, 1 Mn, 45 Ni	50	–3	20–100	400
Manganin	86 Cu, 12 Mn, 2 Ni	43	2	20	300
Resistin	85 Cu, 15 Mn	51	0,8	20	
Neusilber	60 Cu, 17 Ni, 23 Zn	30	35	20–100	

## 2.3 Halbleiter

### 2.3.1 Bandstruktur, effektive Masse, Löcher

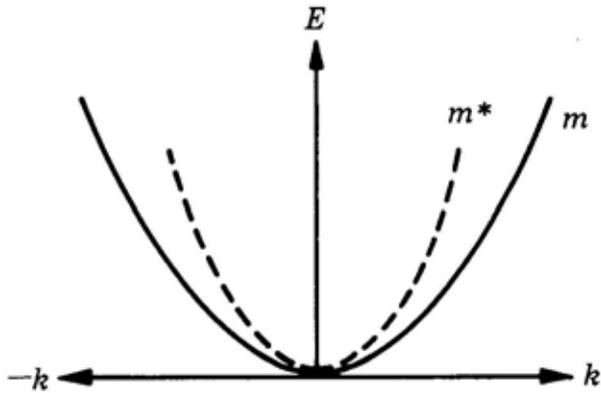


## Bandstruktur-Parameter für Halbleiter

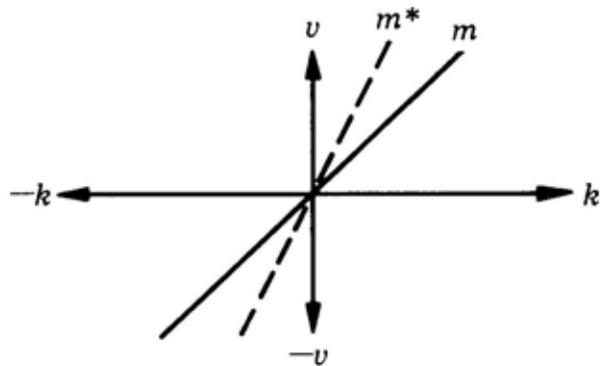
	Material	$E_g$ , eV	$m_e/m_0$	$m_h/m_0$	Beweglichkeit, Elektronen	$m^2/Vs$ Löcher
IV:	C	5.4 (i)	0.2	0.25	0.18	0.12
	Si	1.1 (i)	0.97(l), 0.19 (t)	0.5, 0.16	0.15	0.05
	Ge	0.7 (i)	1.6 (l), 0.08 (t)	0.3, 0.04	0.39	0.19
	$\alpha$ -Sn	0.08 (d)			0.14	0.12
	$\alpha$ -SiC (hex)	3.0	0.6	1.0	0.04	0.005
III-V:	GaP	2.3 (i)	0.12	0.50	0.01	0.007
	GaAs	1.4 (d)	0.07	0.7	0.85	0.04
	GaSb	0.7 (d)	0.20	0.39	0.40	0.14
	InAs	0.4 (d)	0.03	0.02	3.30	0.05
	InSb	0.2 (d)	0.01	0.18	8.00	0.13
II-VI:	CdS	2.6 (d)	0.21	0.80		
	CdSe	1.7 (d)	0.13	0.45	0.08	
	CdTe	1.5 (d)	0.14	0.37		

(bei Raumtemperatur)  
i = indirekt, d = direkt

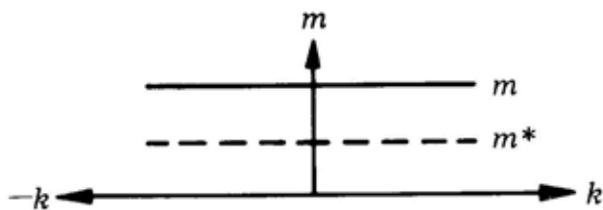
# Konzept der „effektiven Masse“



$$m^* = \frac{\hbar^2}{\left( \frac{d^2 E}{dk^2} \right)}$$



allgemein: Tensor zweiter Stufe

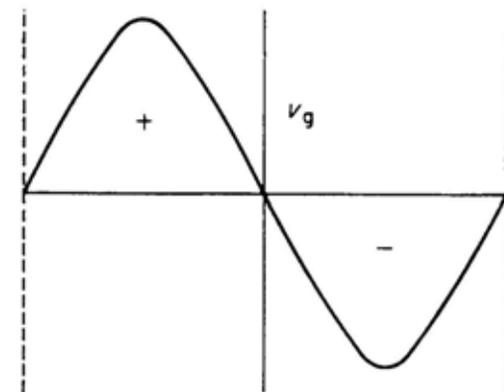
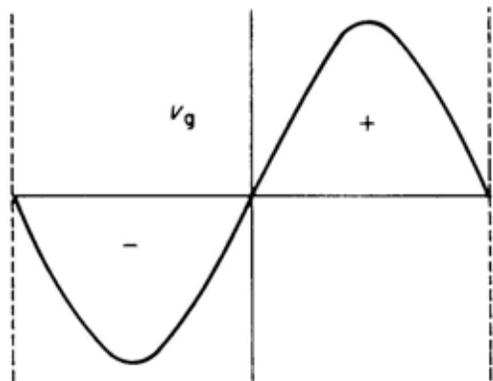
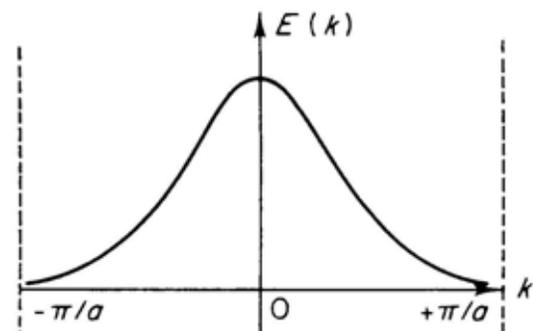
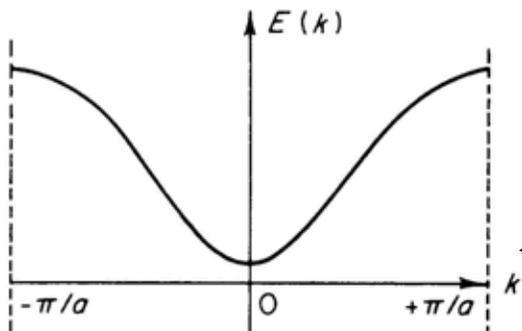


$$\left( \frac{1}{m^*} \right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \quad (i, j = x, y, z)$$

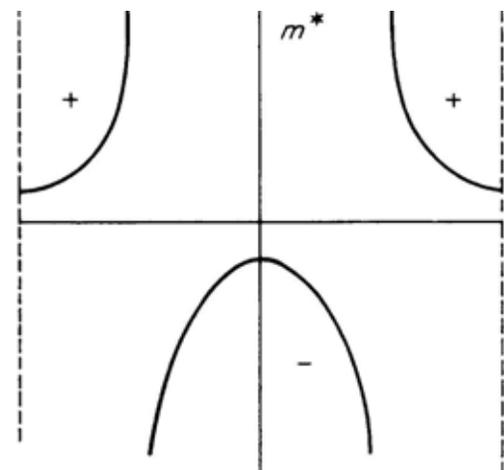
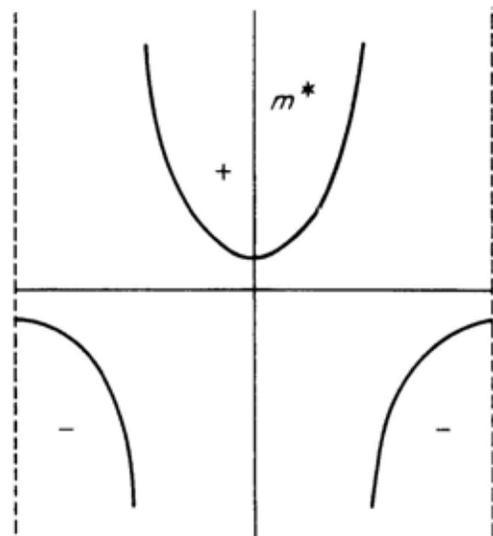
„Standard“-Bandstruktur

obere Bandkante VB

untere Bandkante LB



1. Ableitung



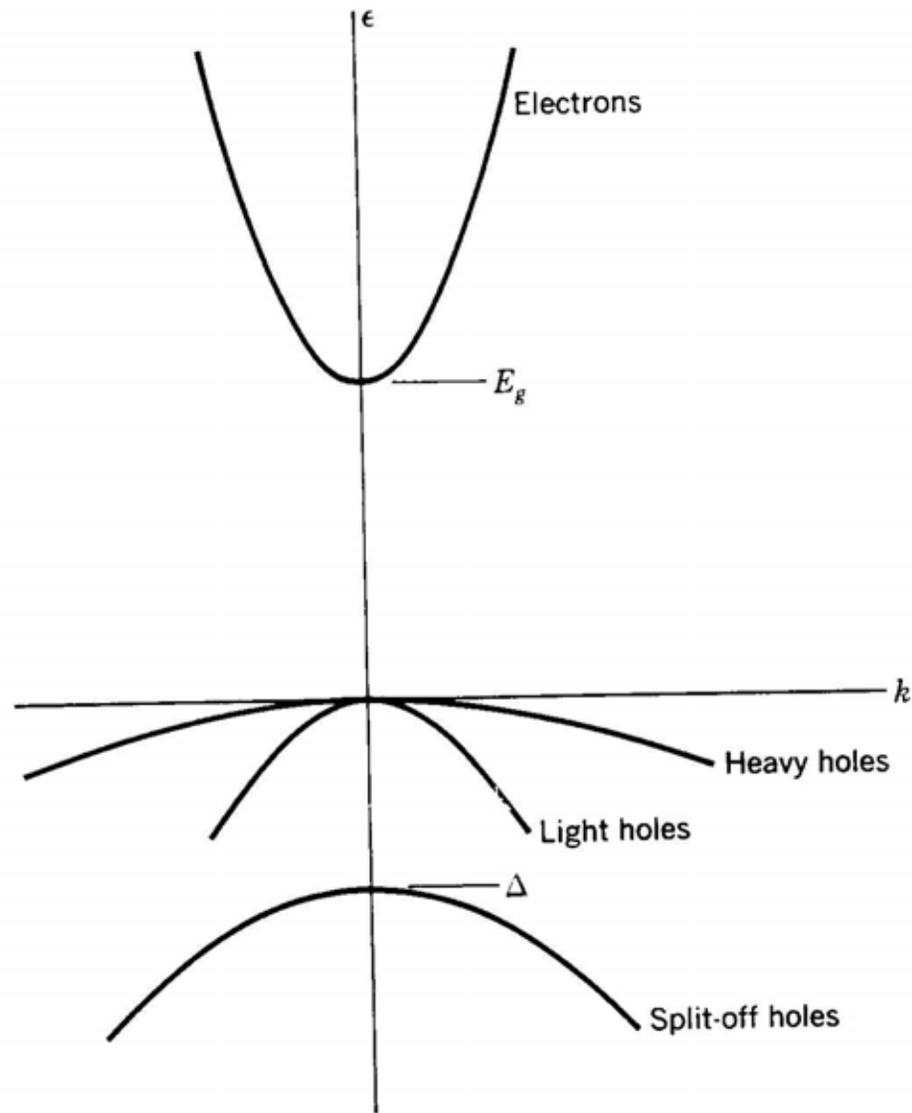
Elektron:

$$m_e = m^*, q = -e$$

„Loch“:

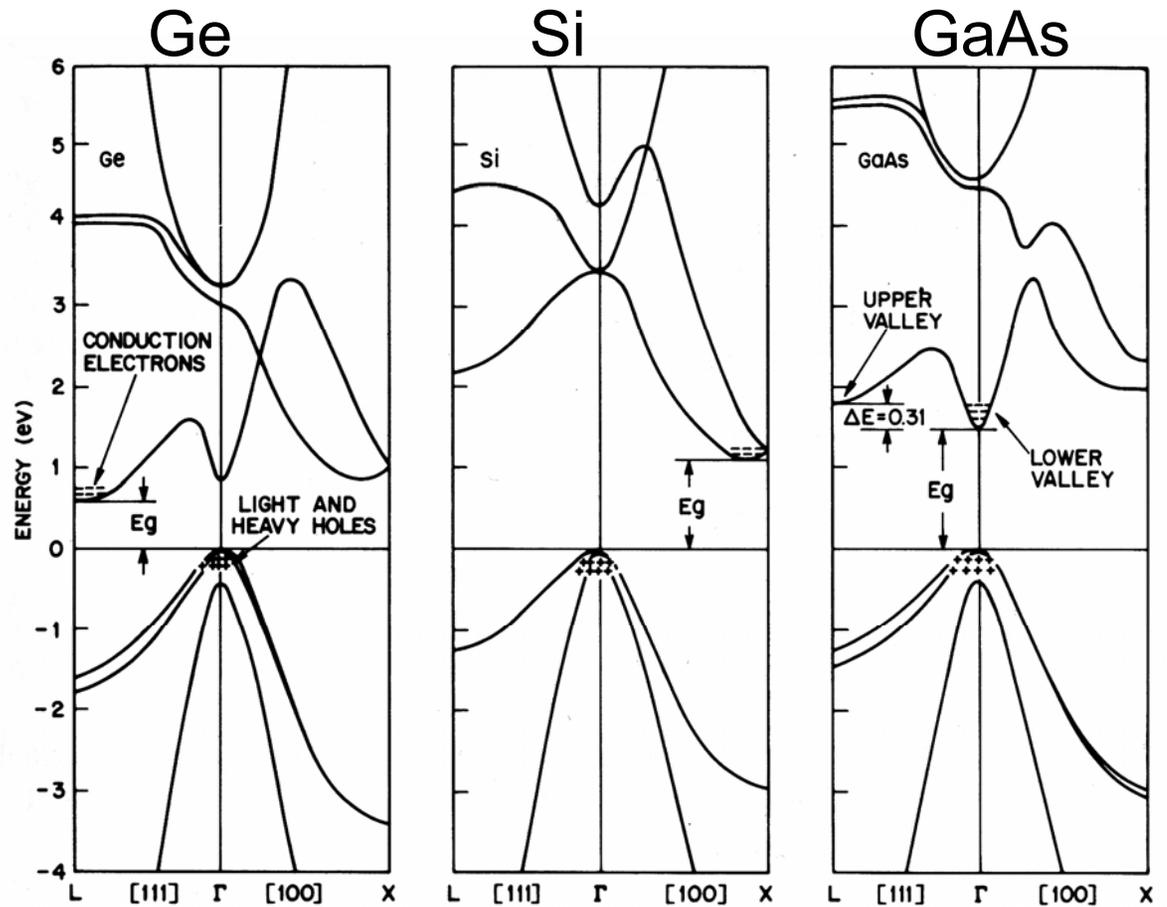
$$m_h = |m^*|, q = +e$$

# „Löcher“ als Ladungsträger

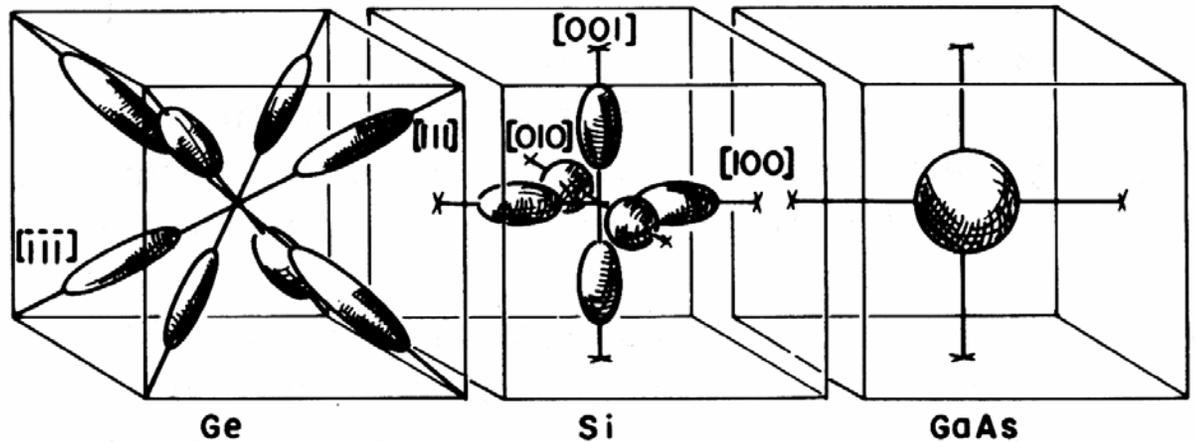


# Bandstruktur

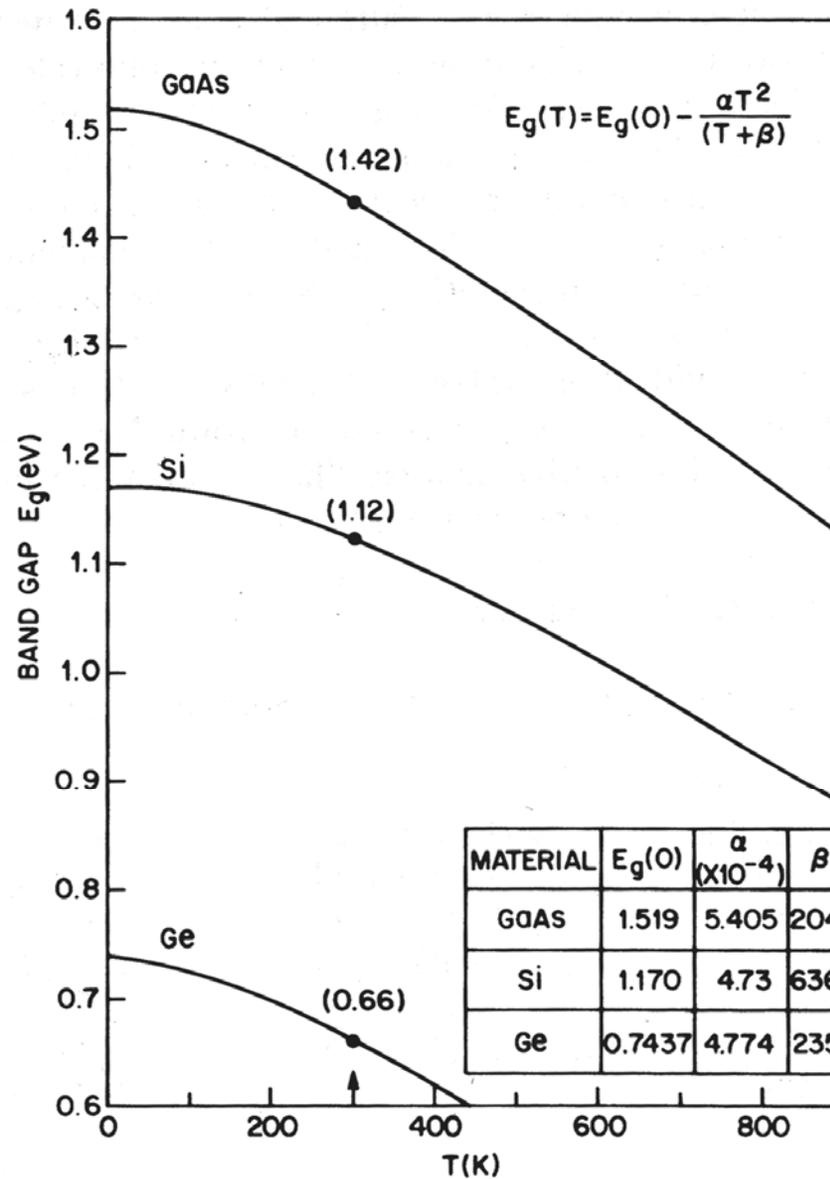
Effektive Masse beeinflusst  
Beweglichkeit und somit  
Leitfähigkeit



Flächen  
konstanter  
Energie der  
Energiminima  
des LB

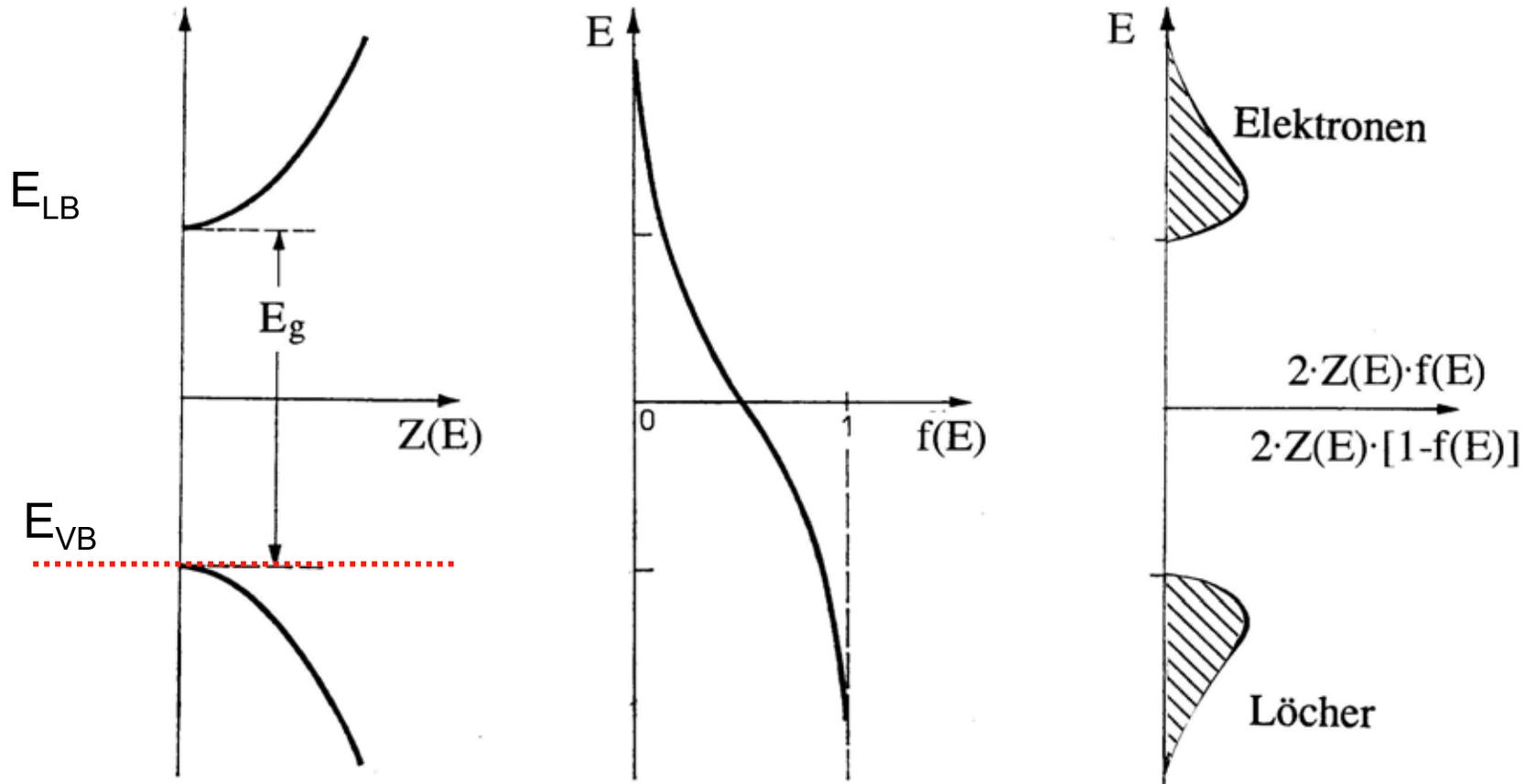


# Temperaturabhängigkeit der Bandlücke für Si, Ge und GaAs



## 2.3.2 Eigenhalbleiter („intrinsisch“)

### 2.3.2.1 Berechnung der intrinsischen Ladungsträgerkonzentration



Elektronenkonzentration im Leitungsband:

$$n = \int_{E_{LB}}^{\infty} 2Z(E) \cdot f(E) dE \quad \text{mit} \quad Z(E) = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E)^{1/2}$$

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_f}{k_B T}\right) + 1} \approx \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_B T}\right)$$

$$n = \underbrace{\frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2}}_C \int_{E_g}^{\infty} (E)^{1/2} \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_B T}\right) dE$$

mit  $\int_0^{\infty} x^{0,5} e^{-nx} dx = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{\pi}{n}}$

$$n \propto (k_B T)^{3/2} \exp\left(\frac{E_F}{k_B T}\right) = (k_B T)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

## Ergebnis:

Elektronenkonzentration:

$$n = \underbrace{\frac{1}{4} \left( \frac{2m_0 k_B}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \left( \frac{m_e}{m_0} \right)^{3/2}}_{N_L} T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

Löcherkonzentration:

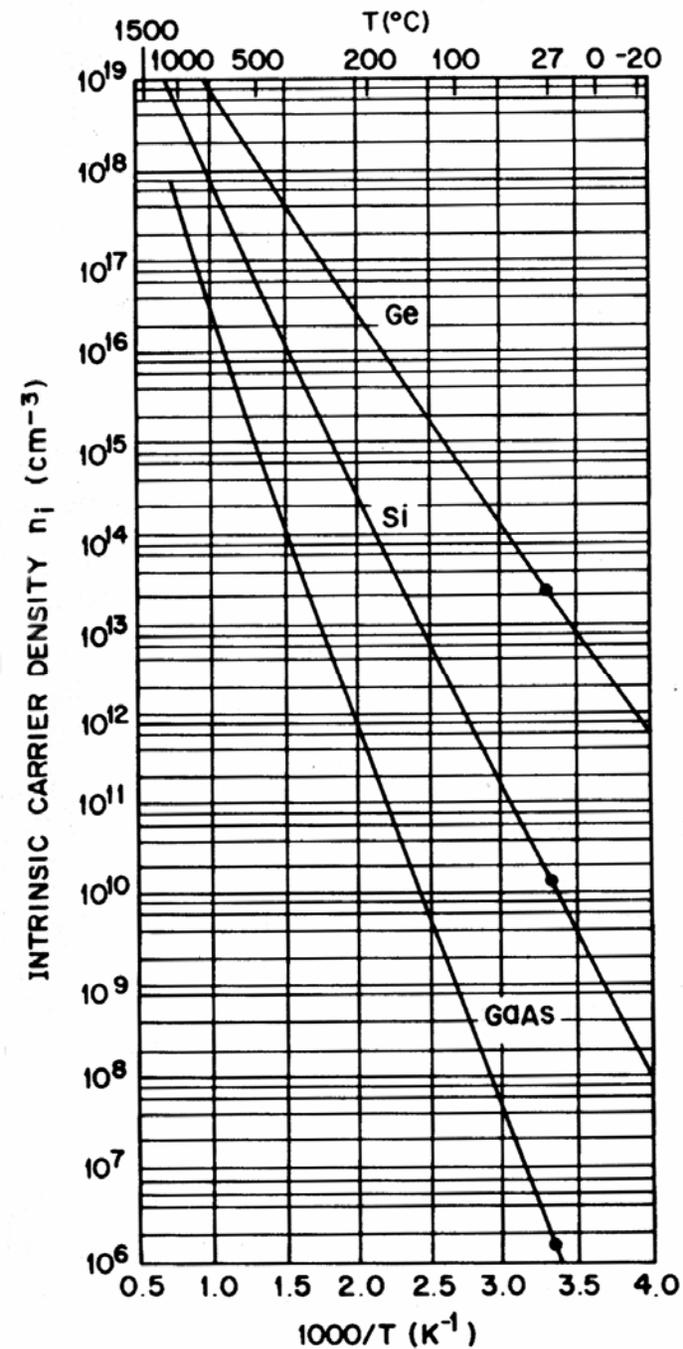
$$p = \underbrace{\frac{1}{4} \left( \frac{2m_0 k_B}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \left( \frac{m_h}{m_0} \right)^{3/2}}_{N_V \approx N_L} T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

intrinsisch:

$$\text{für } m_e = m_h : \\ n = p = N_L \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

$$E_F = -E_g / 2$$

Die Konzentration der Ladungsträger hängt exponentiell von der Bandlücke und der Temperatur ab. Es werden gleich viele Elektronen und Löcher erzeugt (Ladungsneutralität).



Daten bei 300 K	Ge	Si	GaAs
$E_g$ [eV]	0.66	1.12	1.42
$n_i$ [ $\text{cm}^{-3}$ ]	$2 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^6$
Dichte [ $\text{g}/\text{cm}^{-3}$ ]	5.3	2.3	5.3
Atome [ $\text{cm}^{-3}$ ]	$4 \cdot 10^{22}$	$5 \cdot 10^{22}$	$4 \cdot 10^{22}$

sehr geringe Anzahl an Ladungsträgern!

Si: bei RT liefert nur jedes  $10^{12}$  Atom ein Elektron  
 $\Rightarrow$  Leitfähigkeit ca.  $10^{11}$  mal schlechter als bei Cu

## 2.3.2.2 Leitfähigkeit bei Eigenleitung

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu_e + p \cdot e \cdot \mu_h = n \cdot e \cdot (\mu_e + \mu_h)$$

mit  $\mu_e = \frac{v_e}{E}$  ... Elektronenbeweglichkeit

$\mu_h = \frac{v_h}{E}$  ... Löcherbeweglichkeit

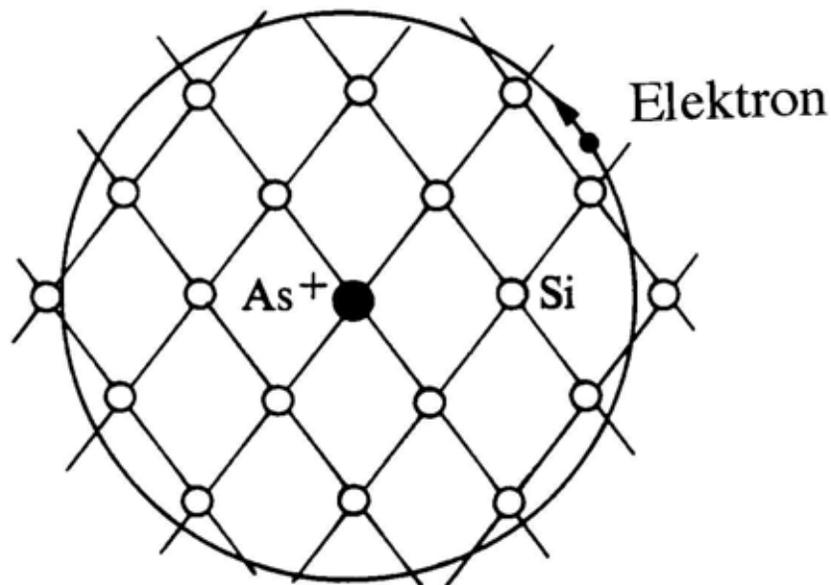
$$\sigma = 4.8 \cdot 10^{15} T^{3/2} \cdot e (\mu_e + \mu_h) \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

Die Leitfähigkeit intrinsischer HL wird vorwiegend durch die Anzahl der Ladungsträger bestimmt. Die Beweglichkeit sinkt zwar mit steigender Temperatur (Phononenstreuung!), aber die exponentielle Zunahme an Ladungsträgern dominiert

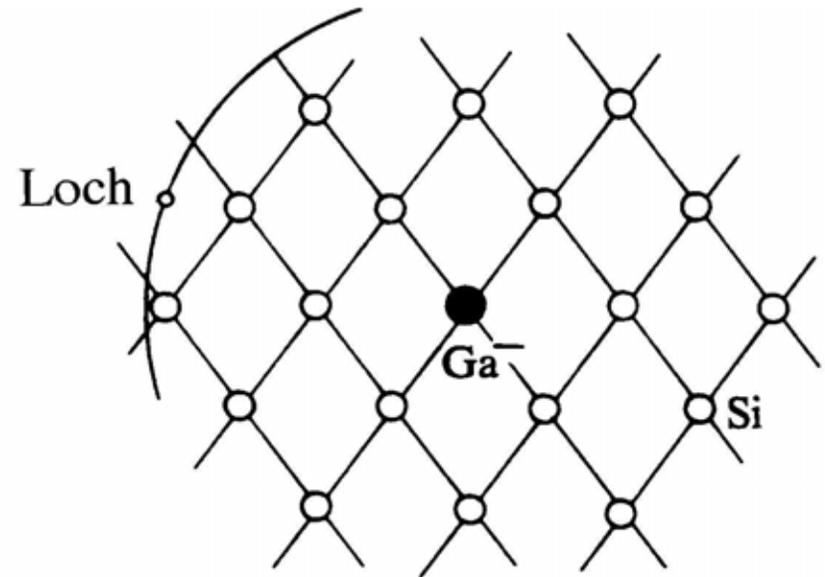
## 2.3.3 Störstellenhalbleiter („extrinsisch“)

### 2.3.3.1 Prinzip des Dotierens

n-Typ: Donator (P, As, Sb)



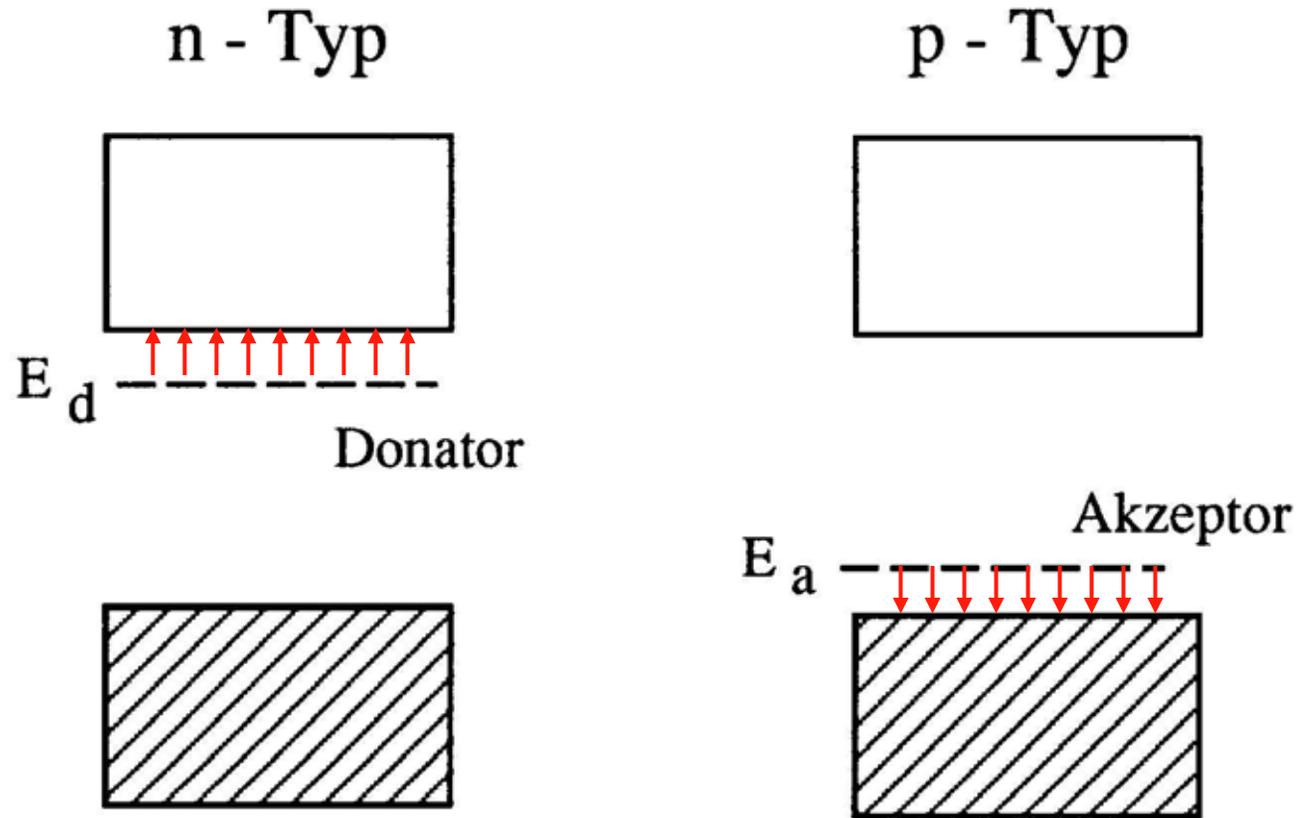
p-Typ: Akzeptor (B, Al, Ga, In)



Einbau eines 5-wertigen Elements auf Si Platz führt zu einem schwach gebundenen zusätzlichen Elektron, das thermisch ins LB angehoben werden kann und dann „frei“ ist (Elektronenleitung).

Analog wird bei einem 3-wertigen Element ein Defektelektron erzeugt, das durch thermische Anregung „frei“ beweglich wird (Löcherleitung).

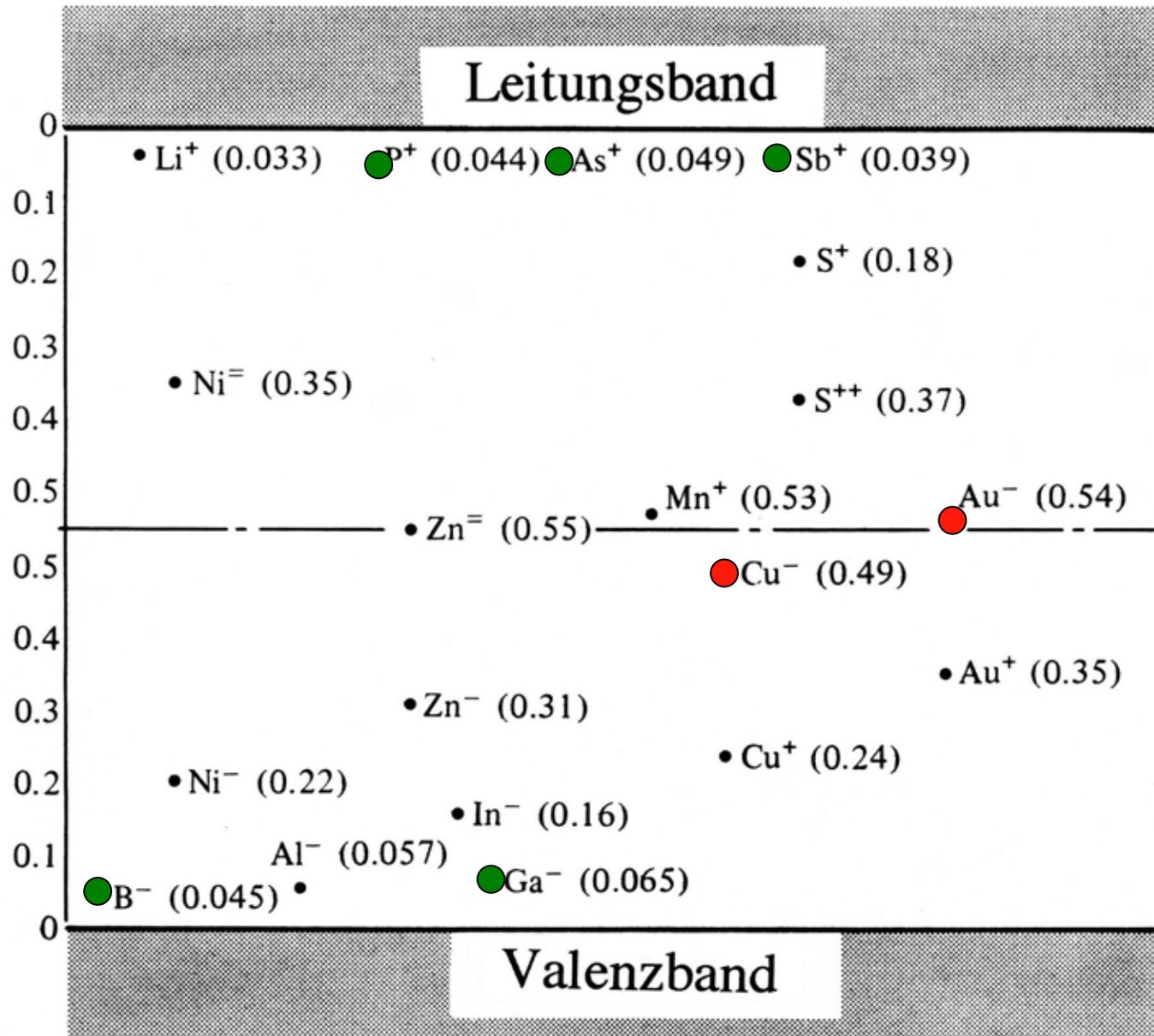
## 2.3.3.2 Bandstruktur eines Störstellenhalbleiters



### Beachte:

- Ladungsneutralität
- Dotieratome liefern die Majoritätsladungsträger, daneben gibt es noch
- Minoritätsladungsträger

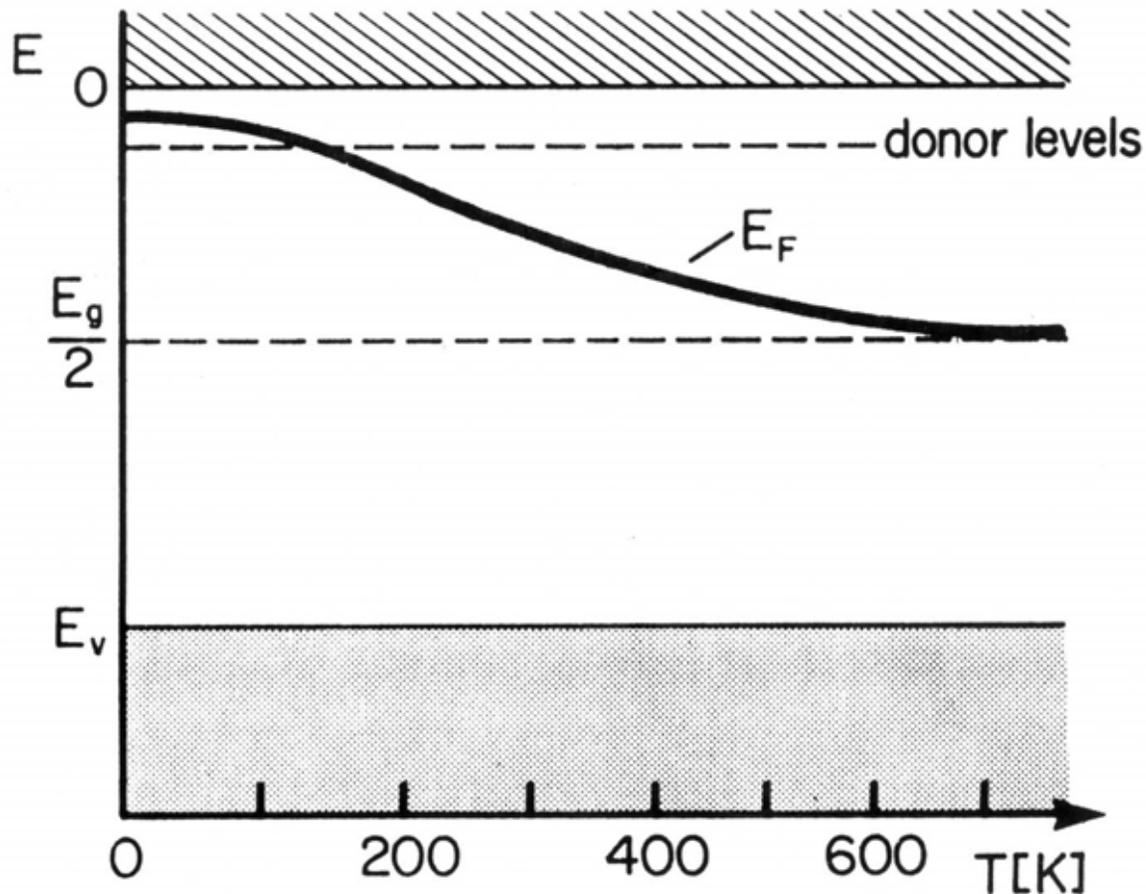
## Dotierniveaus in Si:



Anmerkung: Die Donator- und Akzeptorniveaus werden durch Einzeichnen in das Bandschema veranschaulicht; die Bandstruktur des HL bleibt gleich.

## 2.3.3.3 Verschiebung des Fermi-Niveaus mit der Temperatur

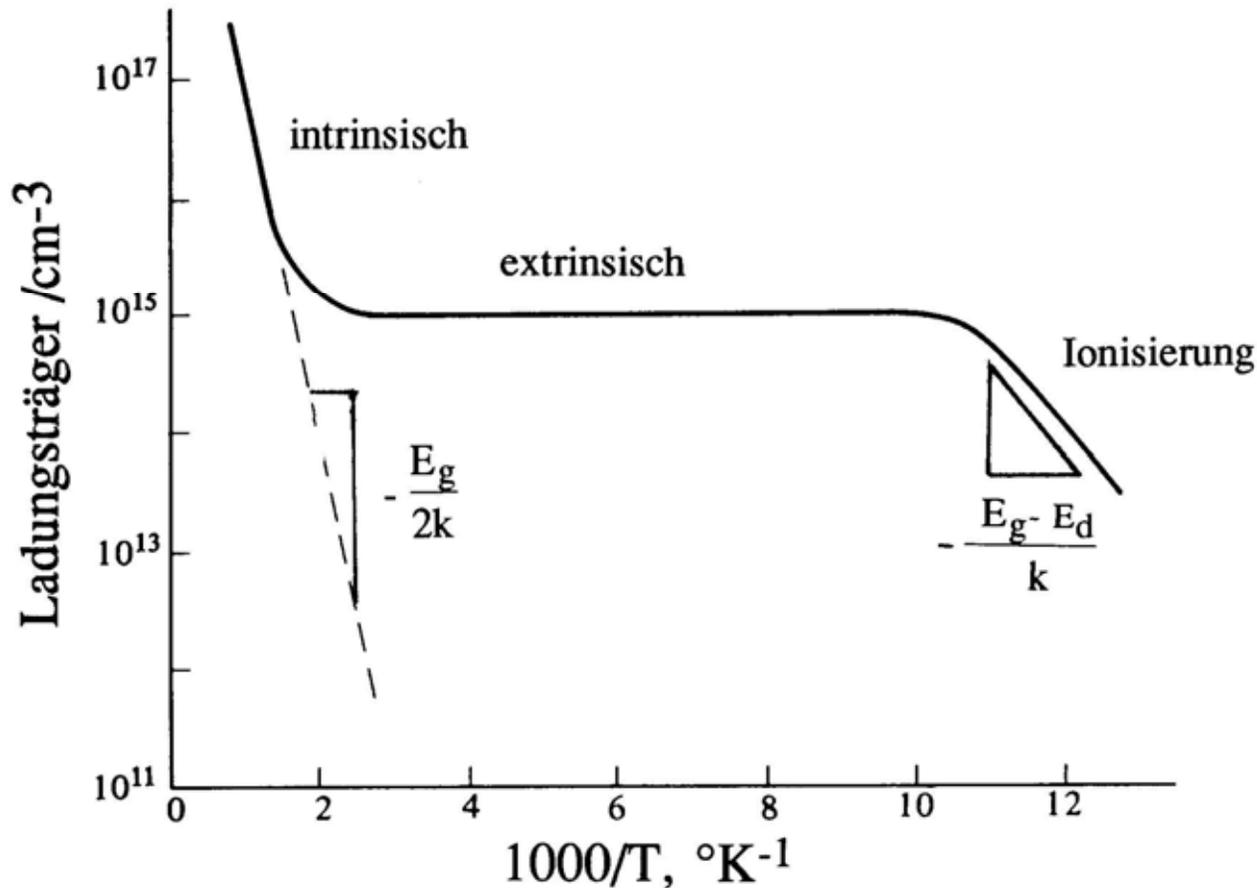
für: n-Typ,  $N_d \approx 10^{16}/\text{cm}^3$



mit zunehmender Temperatur wandert  $E_F$  zur Mitte der Bandlücke (der HL wird intrinsisch)

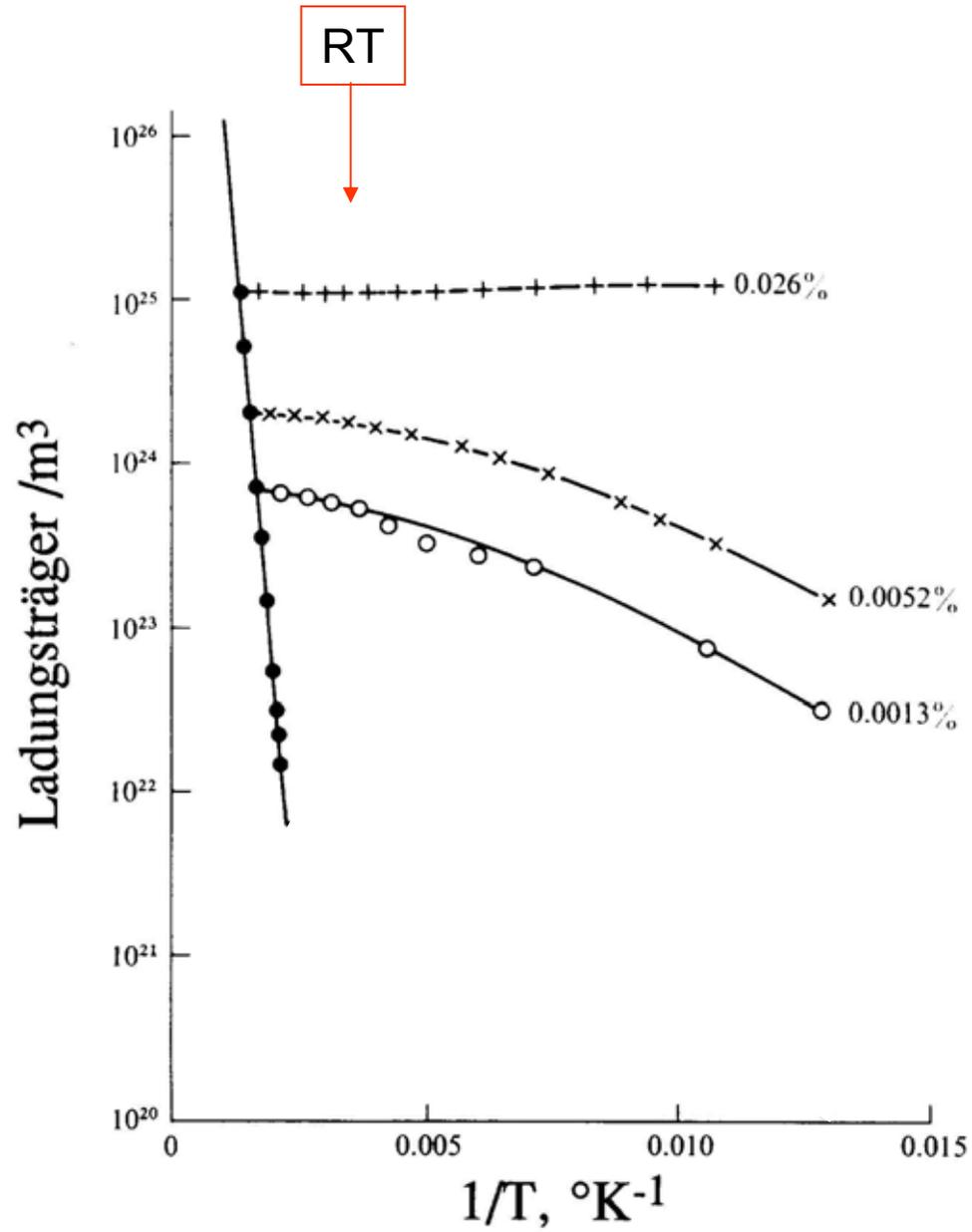
# Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration

n-Si,  $N_d = 10^{15}/\text{cm}^3$



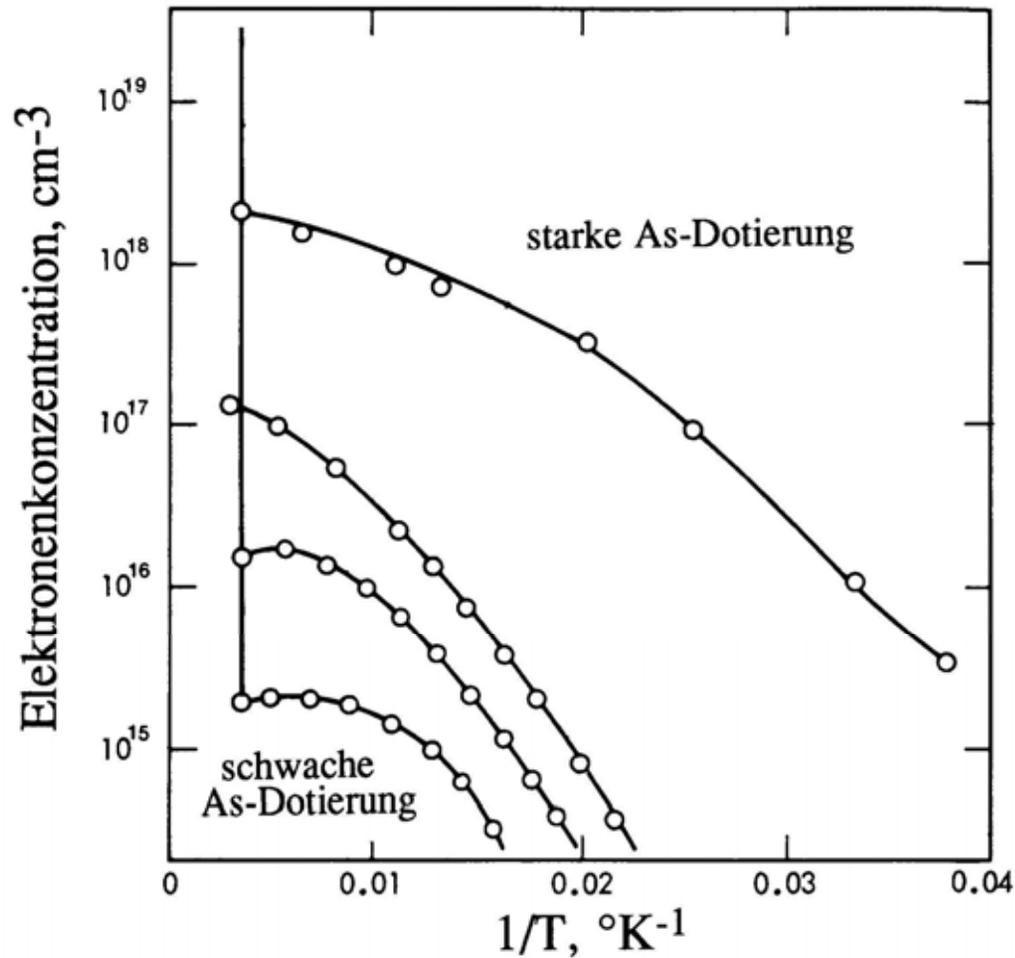
Bei hohen Temperaturen ist der HL intrinsisch. Der Bereich fast konstanter Zahl an Ladungsträger (durch die ionisierten Dotieratome) wird „Erschöpfung“ bzw. „Saturation Range“ genannt. Bei tiefen Temperaturen reicht die thermische Energie nicht aus, um alle Dotieratome zu Ionisieren („Freeze-Out Range“, Reserve).

Si, B-dotiert

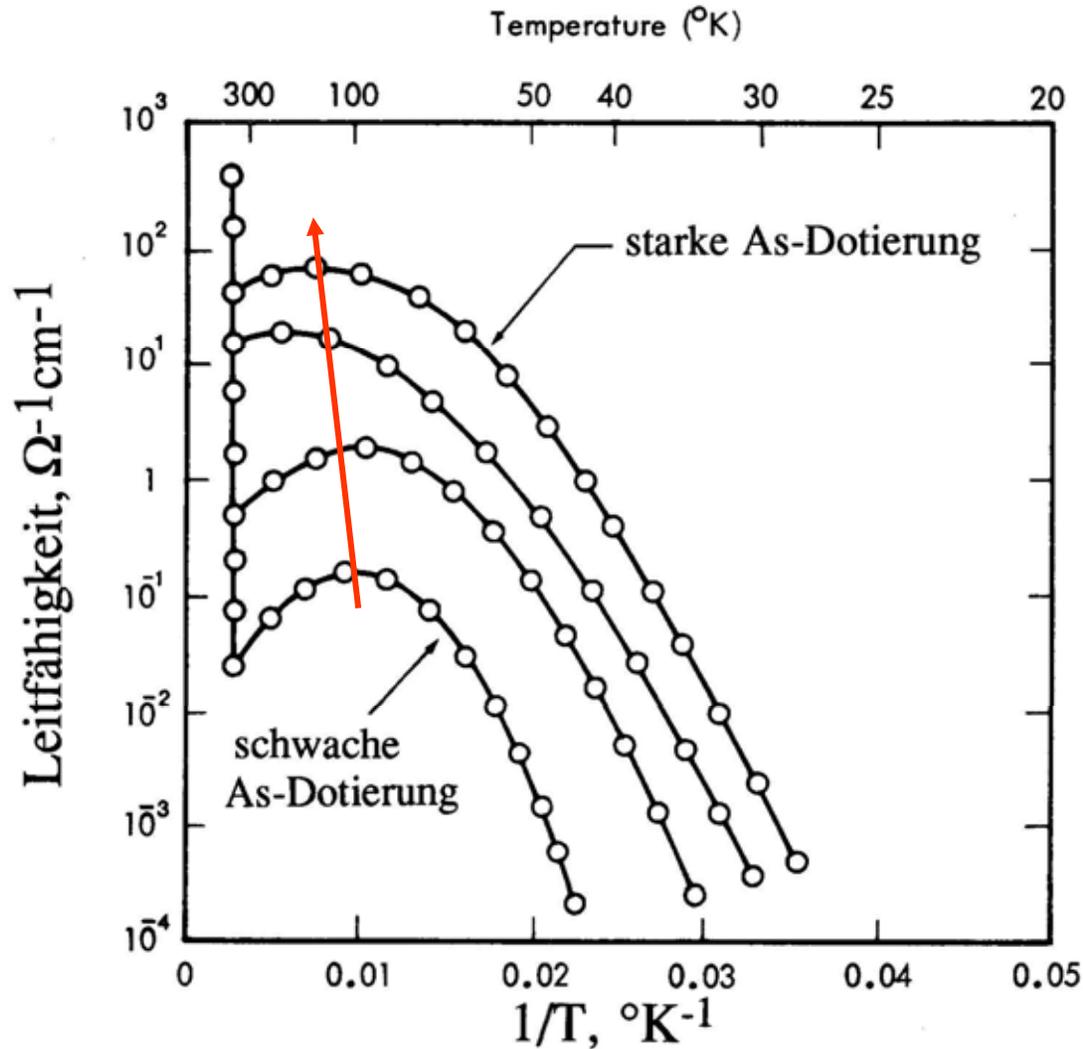


## 2.3.3.4 Leitfähigkeit als Funktion der Temperatur

Si, As-dotiert

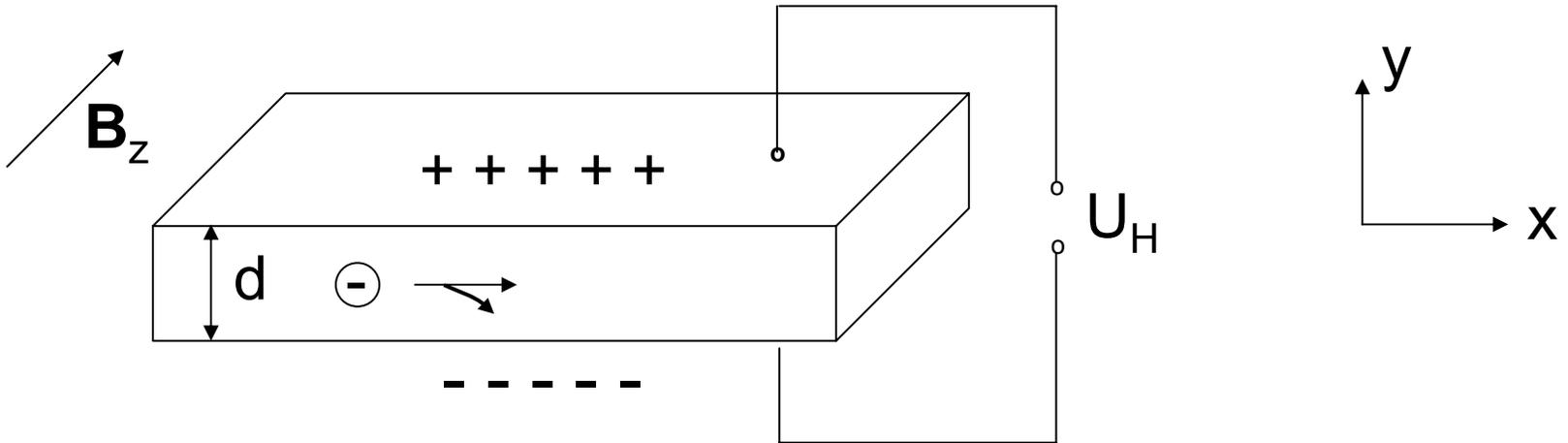


## n-Si, As-dotiert



Die Abnahme der Leitfähigkeit bei hohen Temperaturen (aber noch unterhalb der Eigenleitung) wird durch Phononenstreuung verursacht.

## 2.3.4 Hall-Effekt



Hall-Koeffizient:

$$R_H = \frac{1}{n \cdot q} = \frac{E_y}{j_x \cdot B_z} = \frac{U_H}{d \cdot j_x \cdot B_z}$$

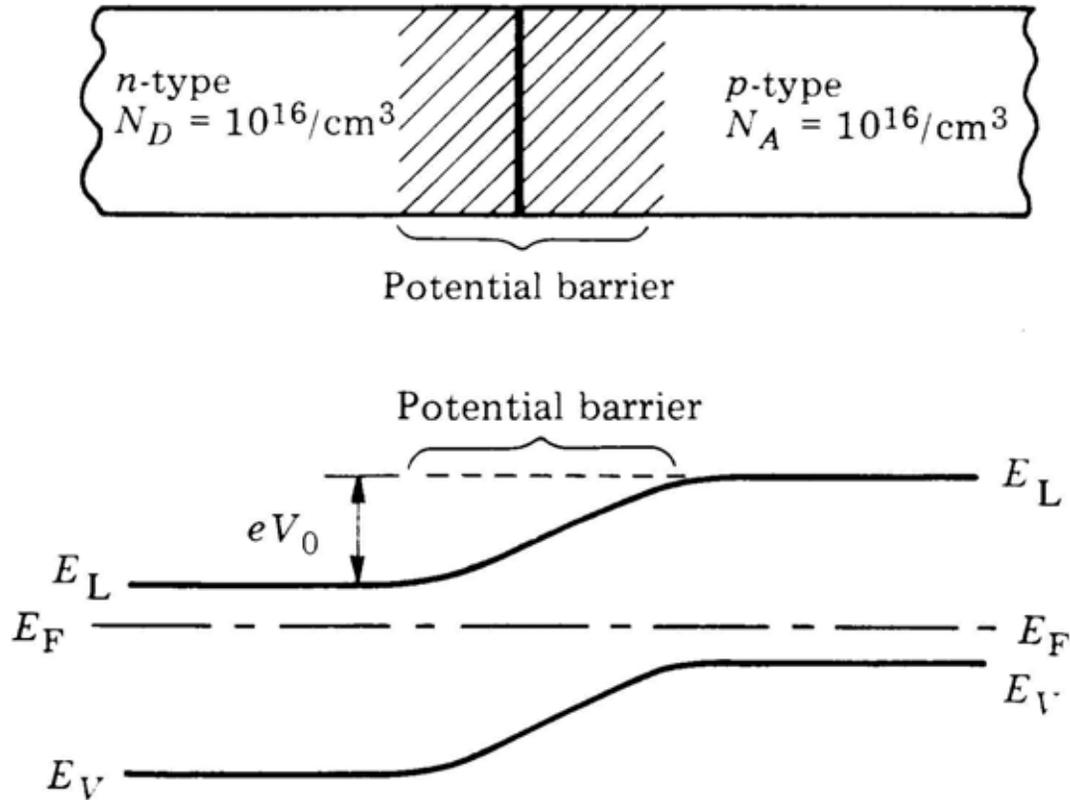
Hall-Beweglichkeit:

$$\mu_H = \sigma \cdot R_H$$

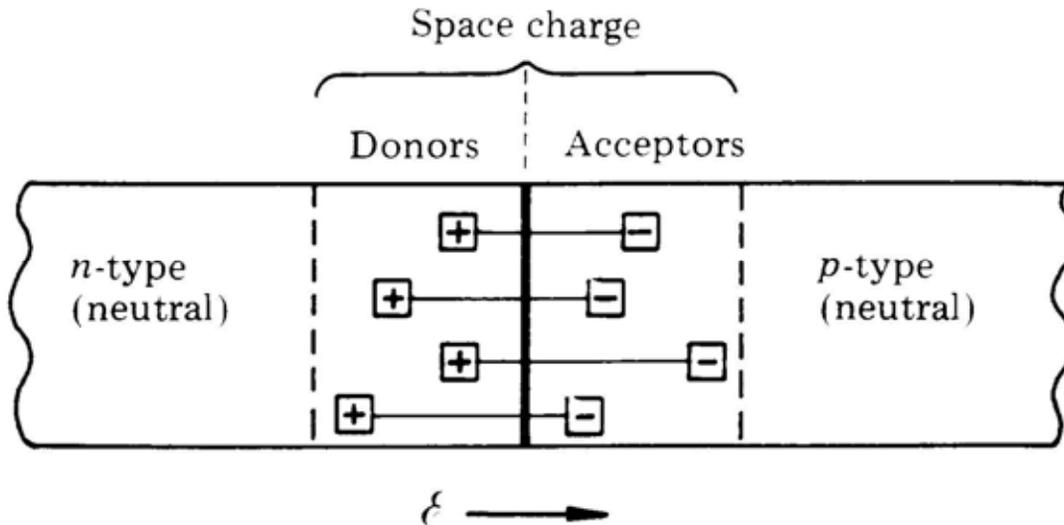
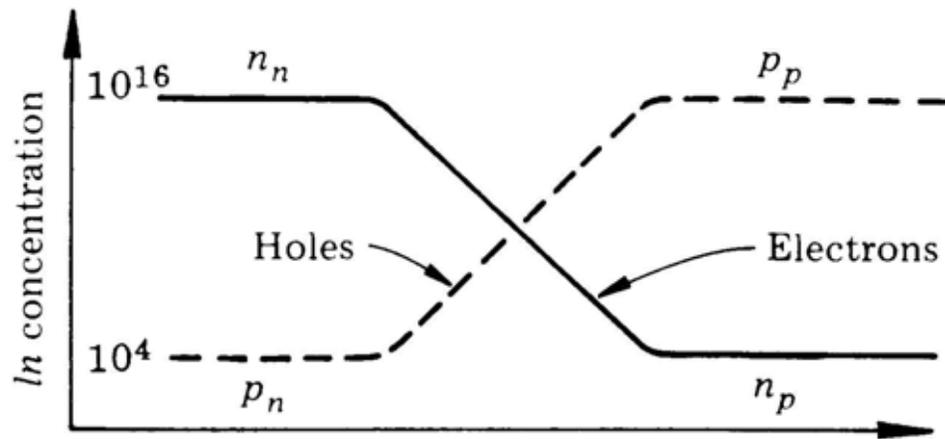
Durch ein senkrecht zum Strompfad (x-Richtung) angelegtes Magnetfeld (z-Richtung) werden die Elektronen in y-Richtung abgelenkt. Die Lorentzkraft wird durch eine elektrische Feldkraft kompensiert. Im Gleichgewicht tritt an der Oberfläche eine (Hall-) Spannung auf. Aus dem Vorzeichen und der Größe des Hall-Koeffizienten kann auf die Ladungsträgerart und -konzentration geschlossen werden.

## 2.3.5 Halbleiterübergänge und Bauelemente

### p-n-Übergang



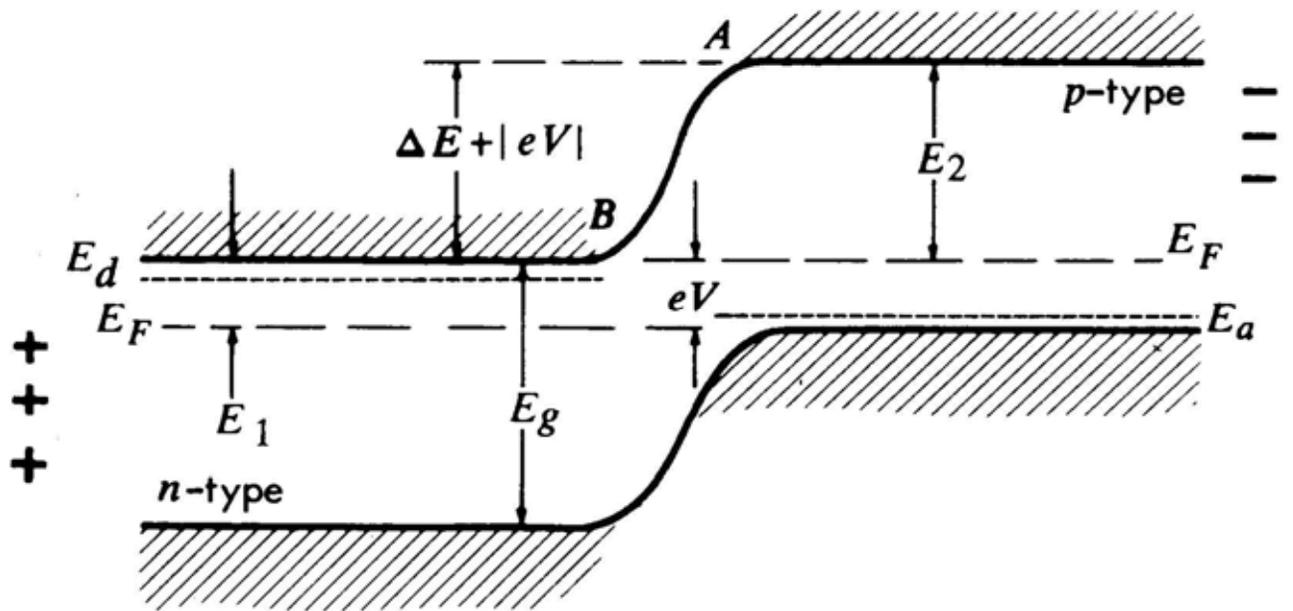
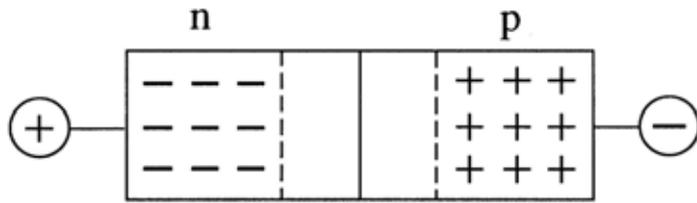
- im thermodynamischen Gleichgewicht ist  $E_F$  für n- und p-HL des pn-Übergangs gleich
- Ausbildung einer Potentialbarriere zwischen beiden



$$I = I_{\text{Diff}} - I_{\text{Feld}} = 0$$

- im n-HL höhere Konz. an Elektronen als im p-HL
- analog mehr Löcher im p-HL als im n-HL
- Konzentrationsgefälle verursacht Diffusion (damit Diffusionsstrom)
- in p-HL eindiffundierende Elektronen rekombinieren mit Löchern, und eindiff. Löcher im n-HL mit e<sup>-</sup>
- dadurch verarmt Umgebung des pn-Übergangs an beweglichen Ladungsträgern
- Überschuß an neg. Akzeptoren am Rand des p-HL und pos. Donatoren am Rand des n-HL
- Ausbildung einer Feldes (Feldstrom)
- **ohne äußere Spannung: Feldstrom und Diffusionsstrom heben sich auf**

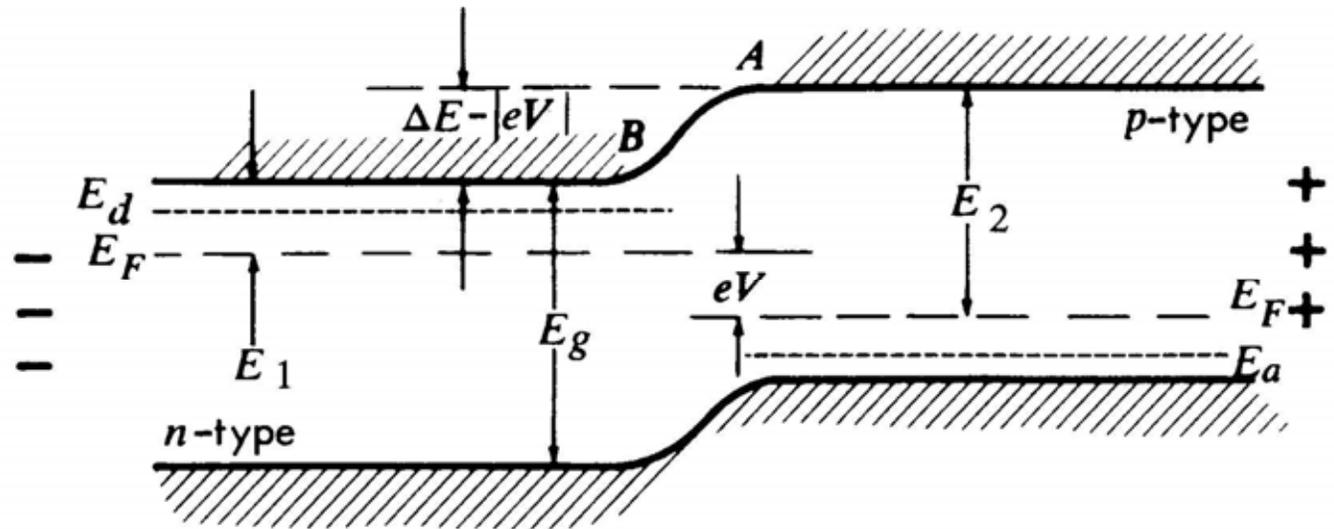
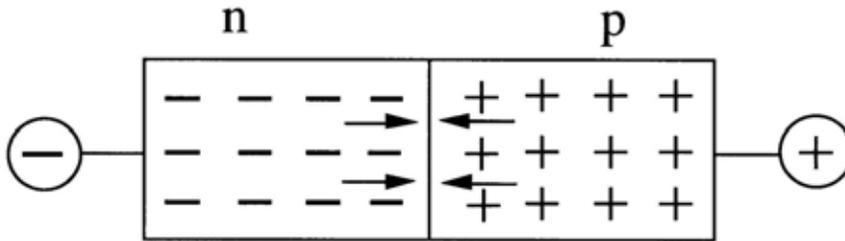
## p-n-Übergang unter Spannung: Sperrrichtung



Anlegen der Spannung  $U$  in Sperrrichtung bewirkt:

- eine Erhöhung der Potentialbarriere um  $eU$
- Vergrößerung der Raumladungszone, da Elektronen  $\rightarrow$  Pluspol und Löcher  $\rightarrow$  Minuspol

## p-n-Übergang unter Spannung: Durchlassrichtung



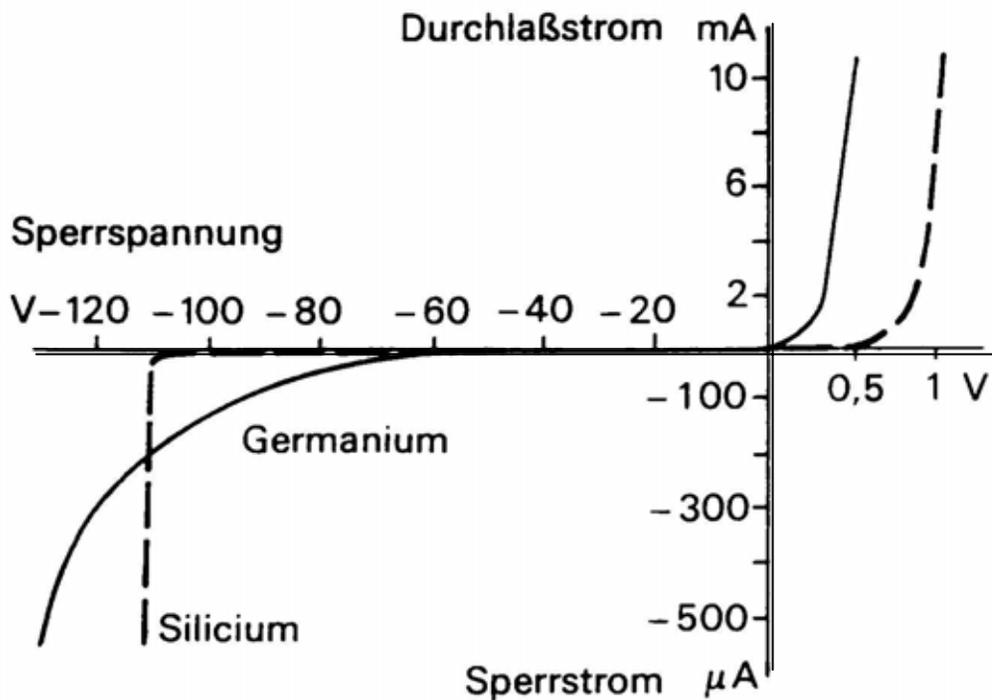
$$I \propto \left( \exp \frac{eU}{kT} - 1 \right)$$

Anlegen der Spannung  $U$  in Durchlassrichtung bewirkt Reduzierung der Raumladungszone

Diodengleichung:

$$I = I_0 \left( \exp \frac{eU}{kT} - 1 \right)$$

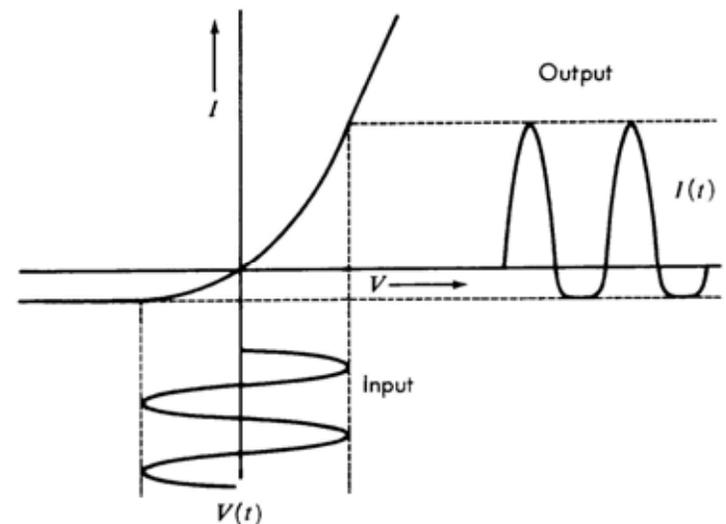
mit  $I_0$  Sperrstrom



„Breakdown“ durch Tunneleffekt bei Ge durch Wärmedurchbruch

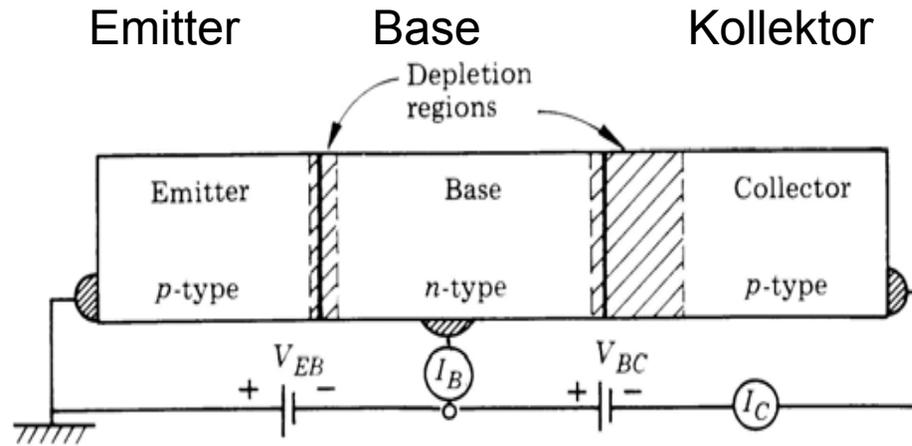
Anwendung:

Gleichrichtung



bei Wechselspannung ist Diode bei einer Halbwelle in Durchlassrichtung, während der anderen in Sperrrichtung gepolt

# Flächentransistor (Bipolartransistor)

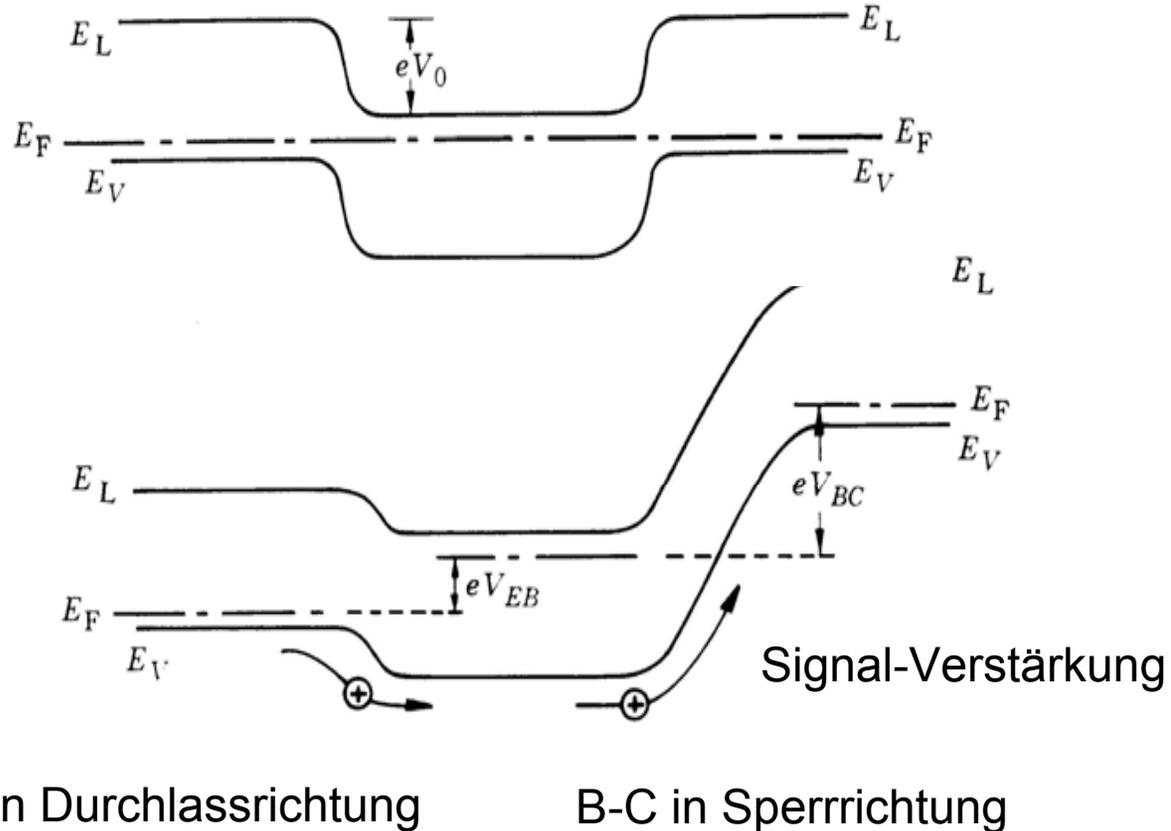


Transistor besteht aus 2  
nacheinander folgenden pn  
Übergängen:

p-n-p oder n-p-n

Anwendung:

- Signalverstärkung (z.B. Musik)
- elektronischer Schalter (z.B. Logik / Computer)



E-B in Durchlassrichtung

B-C in Sperrrichtung

# Flächentransistor (Bipolartransistor)

## Funktionsprinzip

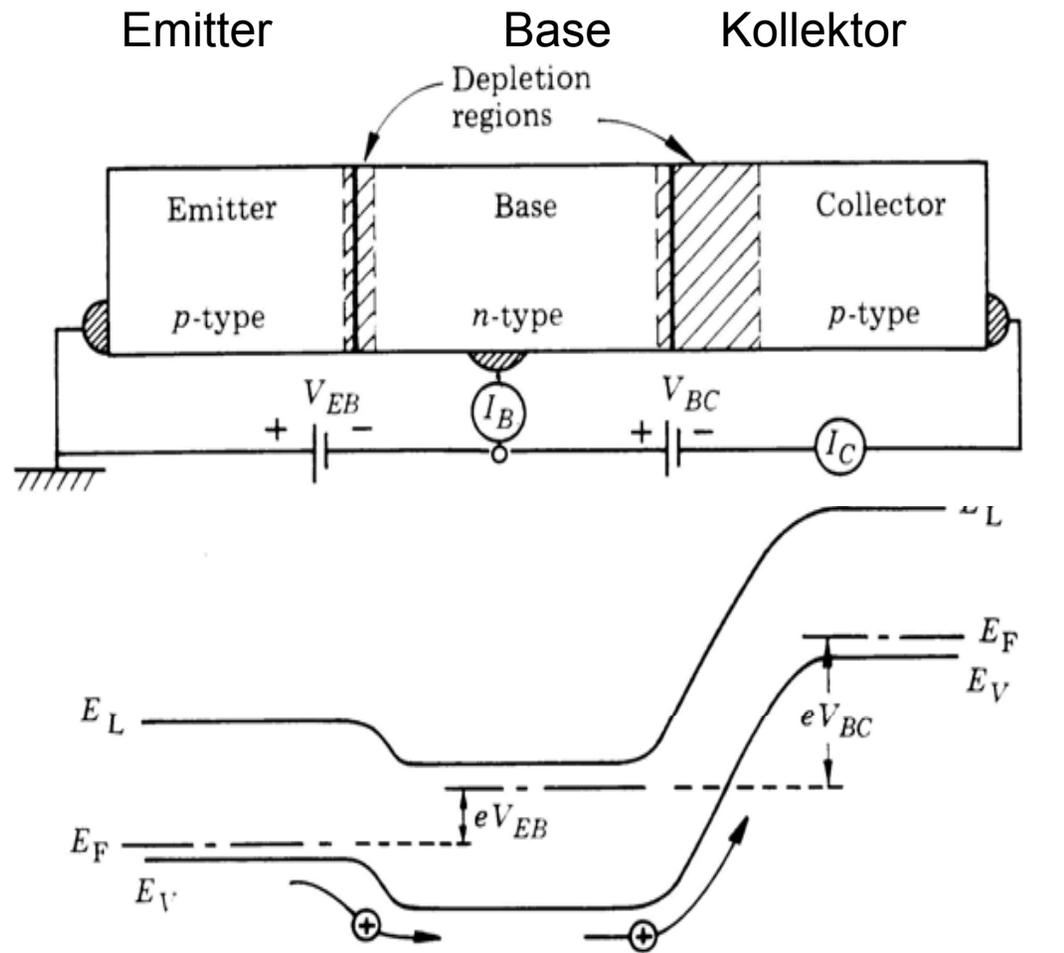
### Signalverstärkung:

zur Signalverstärkung ist E-B in Durchlassrichtung und B-C in Sperrrichtung gepolt

- injizierte Löcher überwinden Potentialbarriere zwischen E und B
- Löcher werden von B in C durch Kollektorspannung beschleunigt
- Beschleunigung entspricht Signalverstärkung

### Funktionsprinzip Schalter:

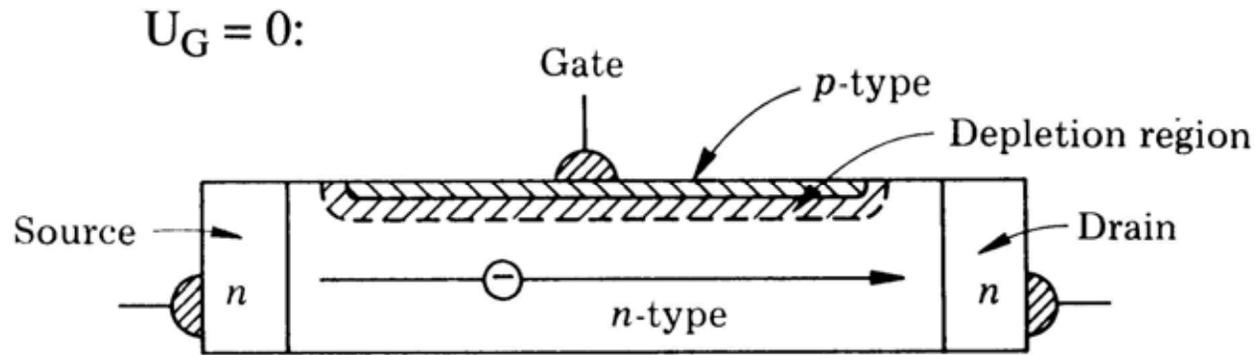
- durch Base-Spannung kann Fluß von E nach C geregelt werden (an – aus)



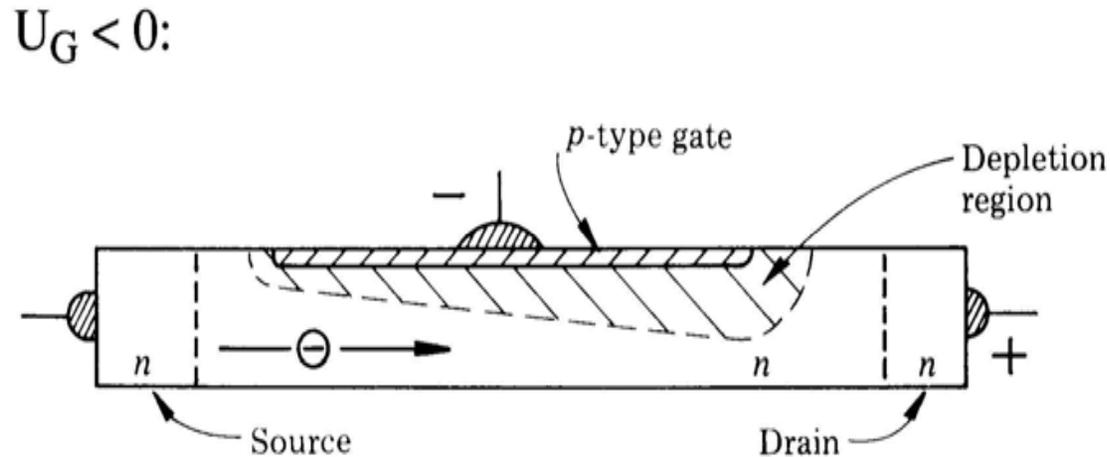
E-B in Durchlassrichtung

B-C in Sperrrichtung

## Feldeffekt-Transistor (FET)

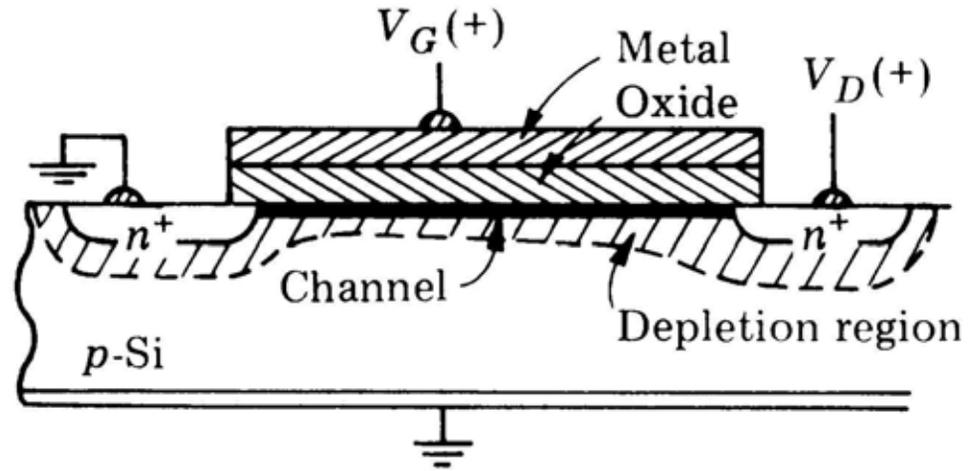


Source und Drain sind stärker n-dotiert als n-Bereich unter Gate

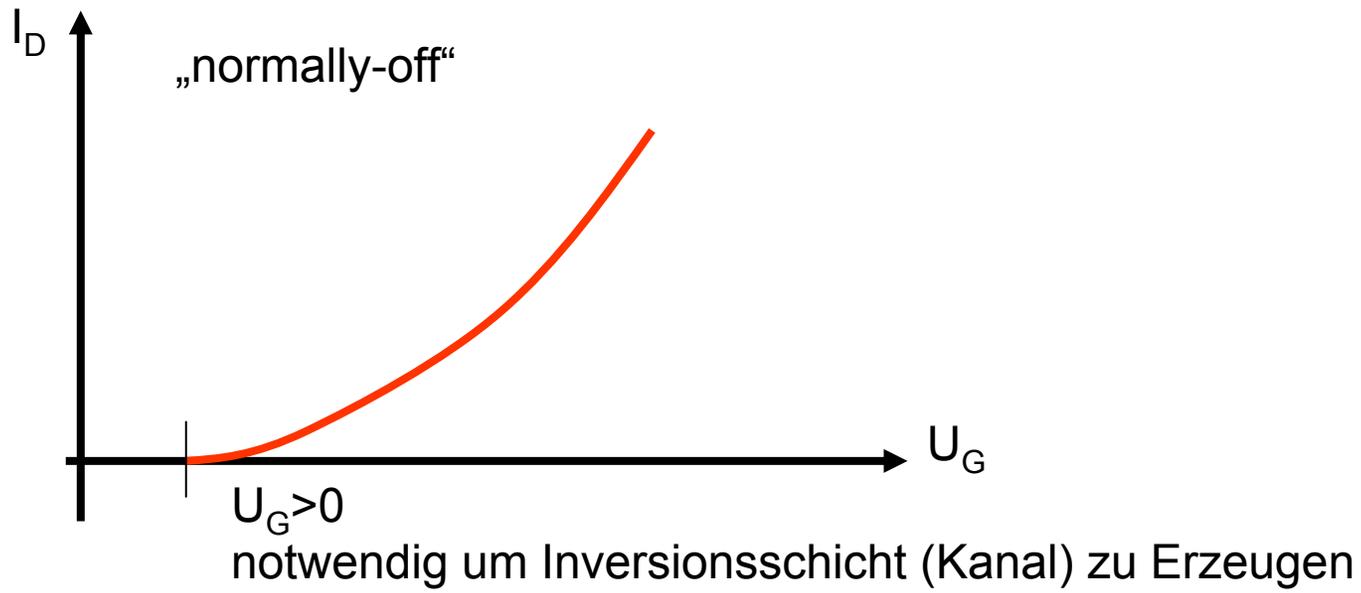


Anlegen einer negativen Gate-Spannung führt zu Verarmung an  $e^-$  unter Gate  
Stromfluß zwischen Source und Drain sinkt, da Kanal unter Gate kleiner wird

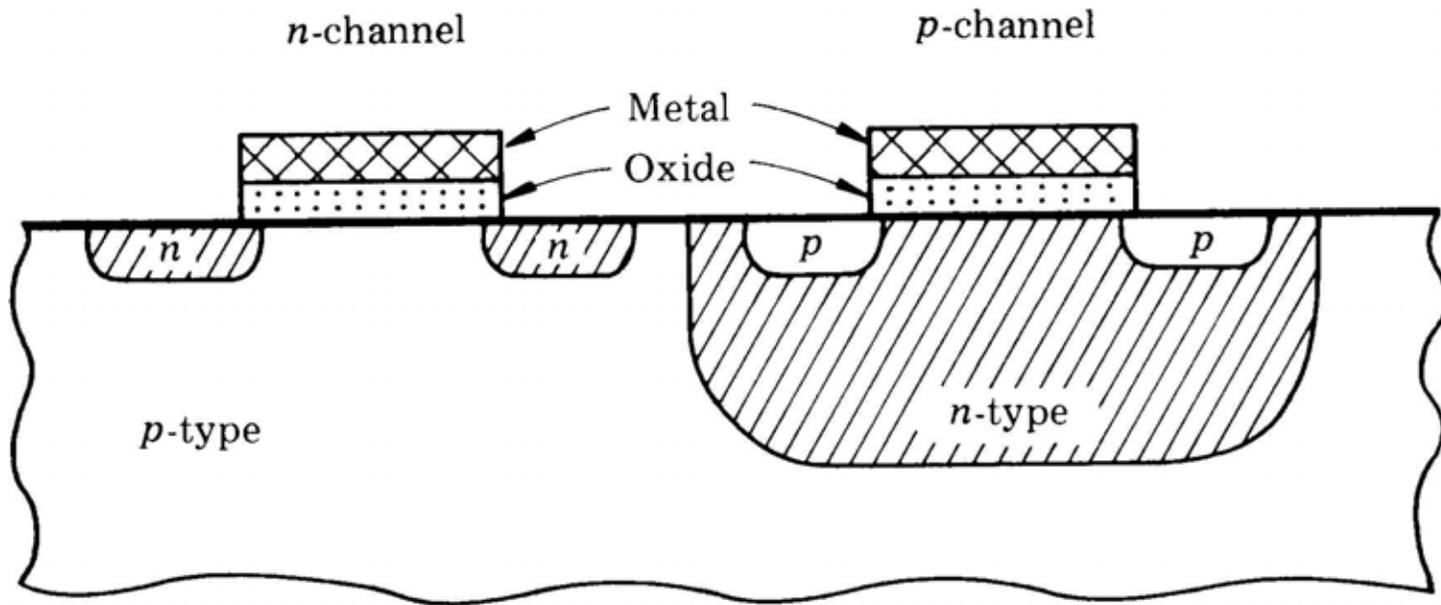
# MOSFET = Metal-Oxide-Semiconductor-FET



## Strom (Drain) – (Gate) Spannungscharakteristik:



## CMOS = Complementary MOS



p- und n-Bauelemente werden in einem Chip integriert (CMOS)

- geringe Betriebsspannung (0,1V)
- geringer Leistungsverbrauch (Erwärmung!)
- kleine Kanalgröße – hohe Schaltgeschwindigkeiten (ns)

typische Dimensionen: Gateoxiddicke 50nm, Kanallänge 1 $\mu$ m, Bauelement wenige  $\mu$ m

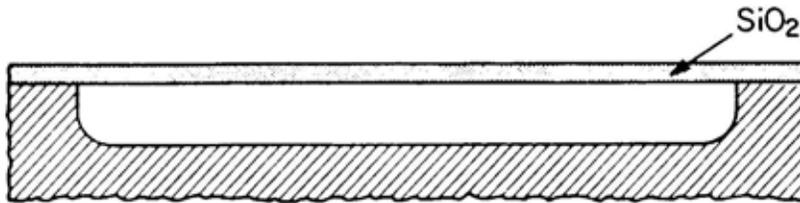
# Mikroelektronik: Herstellungsschritte

1. Initial



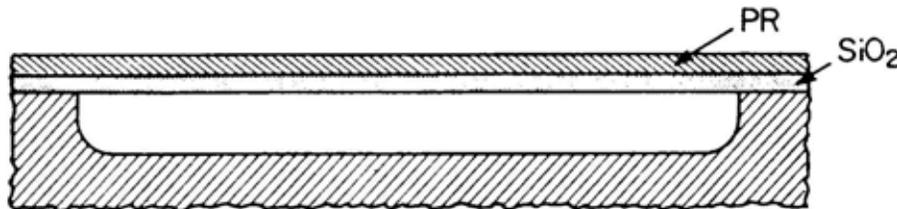
Diffusion oder Implantation

2. Oxidation



900-1200°C für thermische Oxidation  
(meist feucht mit Wasserdampf)

3. Photoresist application



Spin-coating mit Photolack

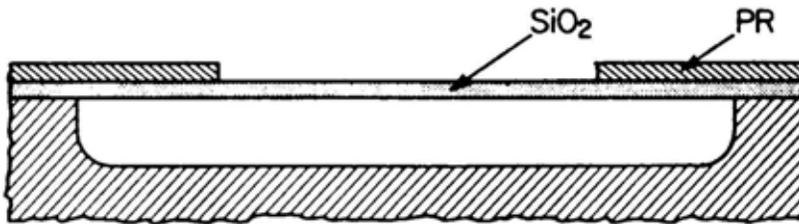
4. Mask alignment  
PR exposure



Lokale Belichtung mit UV Licht  
durch strukturierte Maske

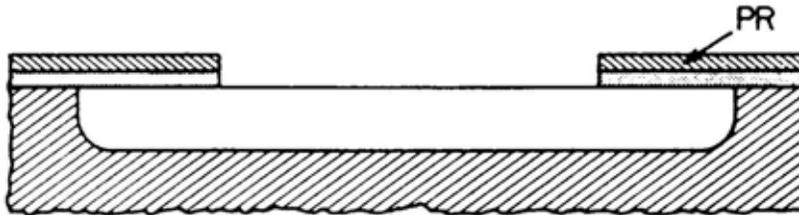
# Mikroelektronik: Herstellungsschritte

5. Photoresist develop



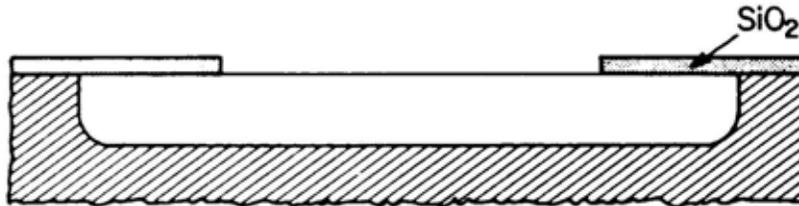
Belichteter Bereich wird gelöst

6. Oxide etch



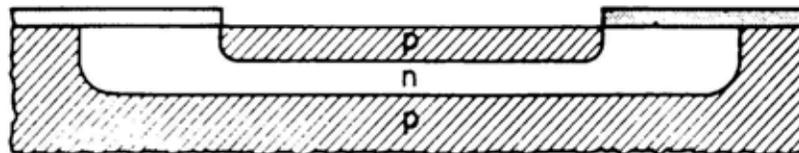
SiO<sub>2</sub> Oxid mit HF ätzen (naßchemisch) oder durch Ätzgase, Ionenätzen etc.

7. Photoresist strip



Entfernen des Photolacks

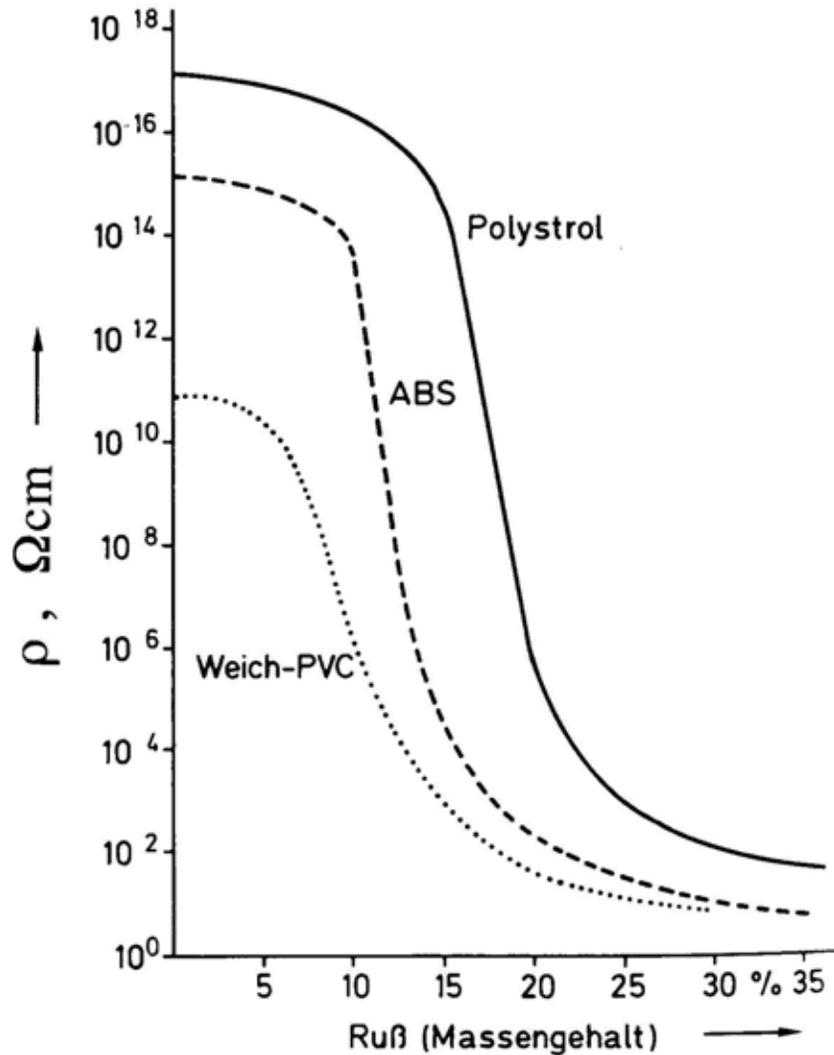
8. Diffusion of Boron into n-type S.C.



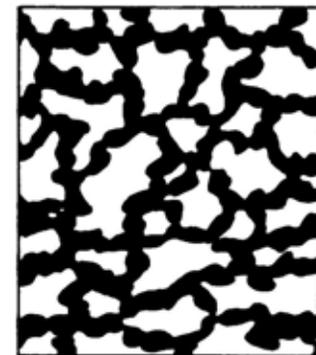
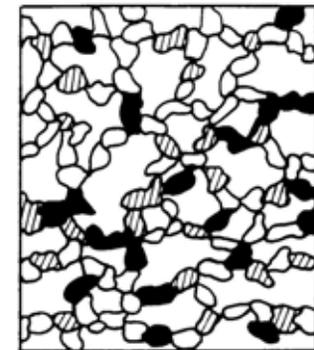
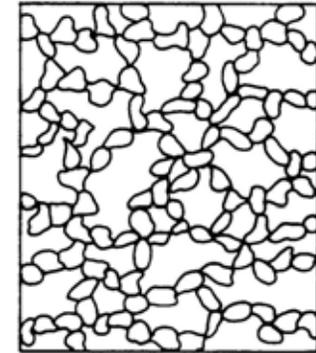
lokale Implantation oder Eindiffusion

## 2.4 Leitende Polymere

### 2.4.1 Einlagerung leitfähiger Teilchen



„Perkolation“

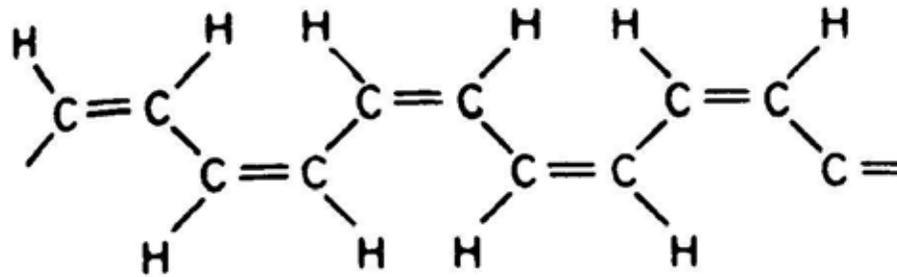


c

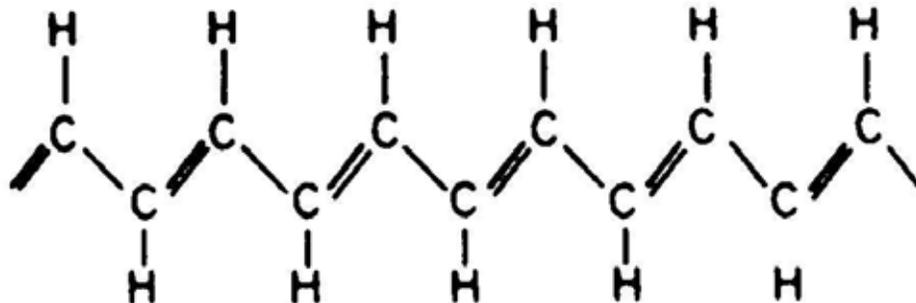
## 2.4.2 Leitfähige Polymere

### Polyacetylen

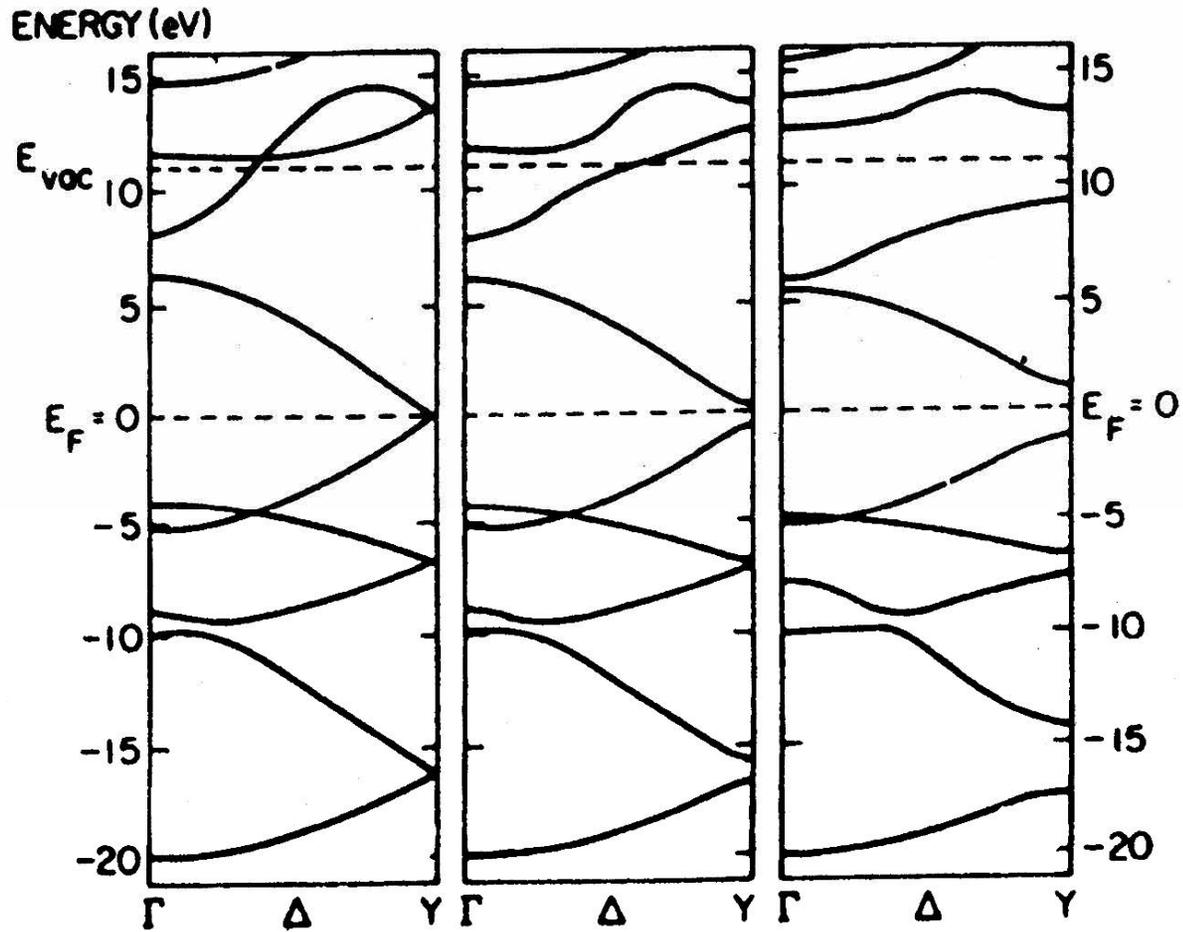
CIS



TRANS



## Bandstrukturen für trans (CH)<sub>x</sub>



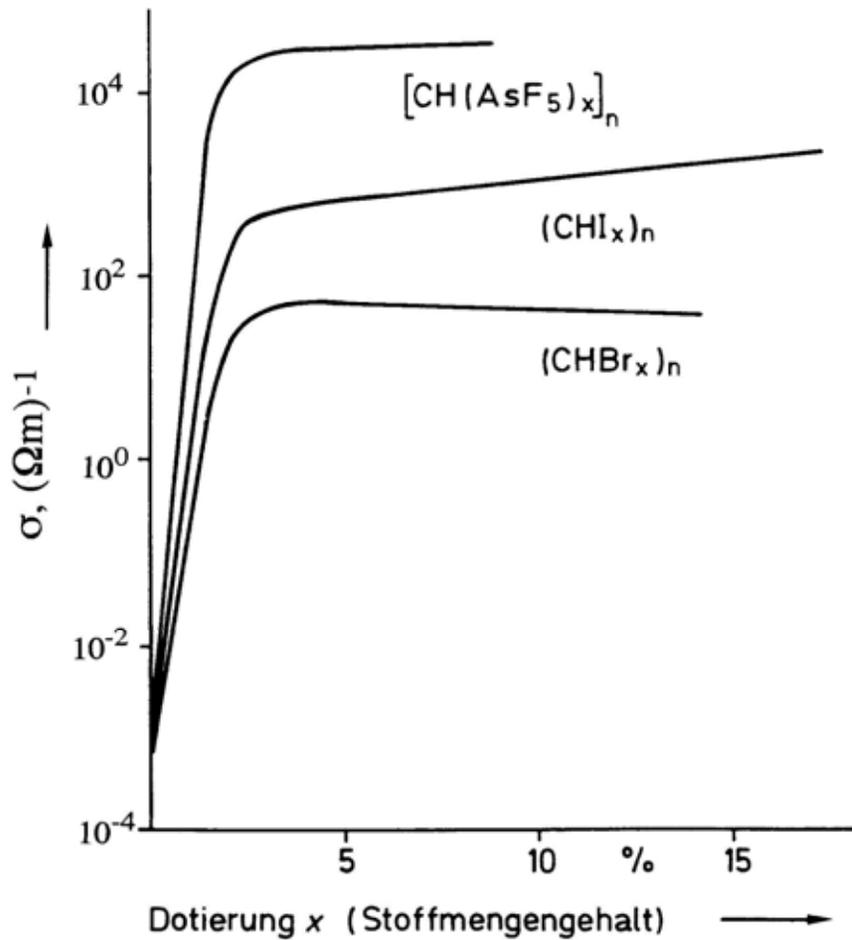
(a)

(b)

(c)

Bindungslänge	1.39Å	1.36Å C=C	1.34Å C=C
		1.43Å C-C	1.54Å C-C
Bandlücke	nein	ja	ja

# Dotiereffekte



Material	$\rho_m, \text{g/cm}^3$	$\sigma, \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$	$\sigma/\rho, \text{m}^2/\text{kg} \Omega$
Cu	8.9	$6.5 \cdot 10^7$	7300
$(\text{SN})_x$	2.3	$3.7 \cdot 10^5 (*)$	160
$[\text{CH}(\text{AsF}_5)_x]_n$	0.8	$5.6 \cdot 10^4$	70

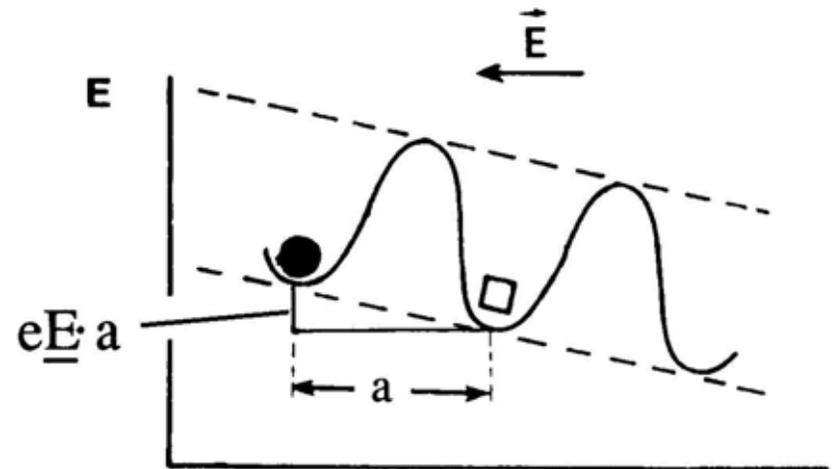
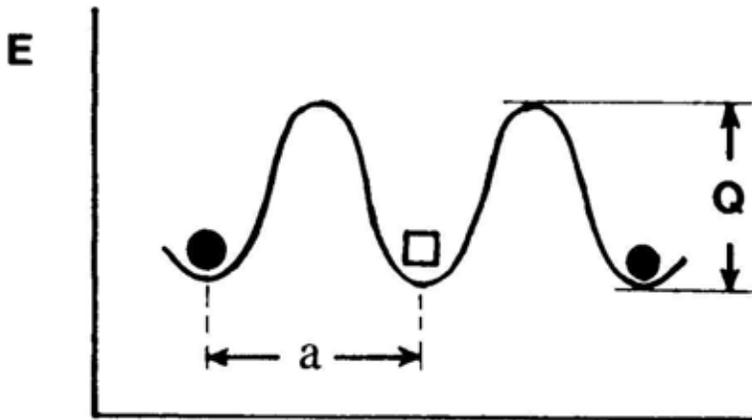
(\*) in Kettenrichtung

## 2.5 Ionenkristalle

### 2.5.1 Ionenleitung

$$\sigma_{ion} = N_{ion} \cdot e \cdot \mu_{ion}$$

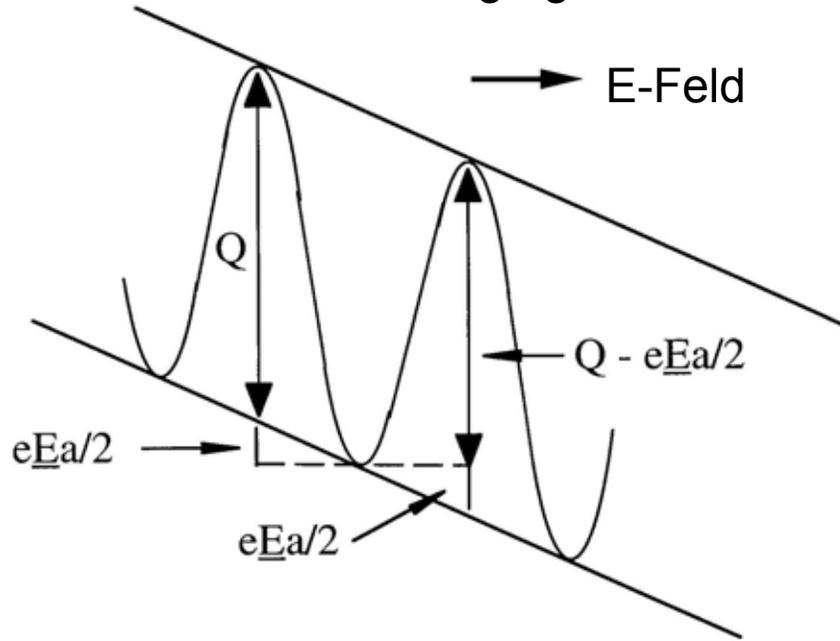
$N_{ion}$  ... Konzentration beweglicher Ionen [ $m^{-3}$ ]  
 $e$  ... Ladung des Ions [C]  
 $\mu_{ion}$  ... Beweglichkeit [ $m^2/Vs$ ]



Einstein-Gleichung:  $\mu_{ion} = \frac{D \cdot e}{k_B \cdot T}$

$$\sigma_{ion} = \frac{N_{ion} \cdot e^2 \cdot D_0}{k_B \cdot T} \cdot \exp\left(-\frac{Q}{k_B \cdot T}\right)$$

# Ableitung: gerichtete Diffusion



Sprünge pro Zeit:

$$p = \nu \cdot \exp - \frac{Q - eE a/2}{kT}$$

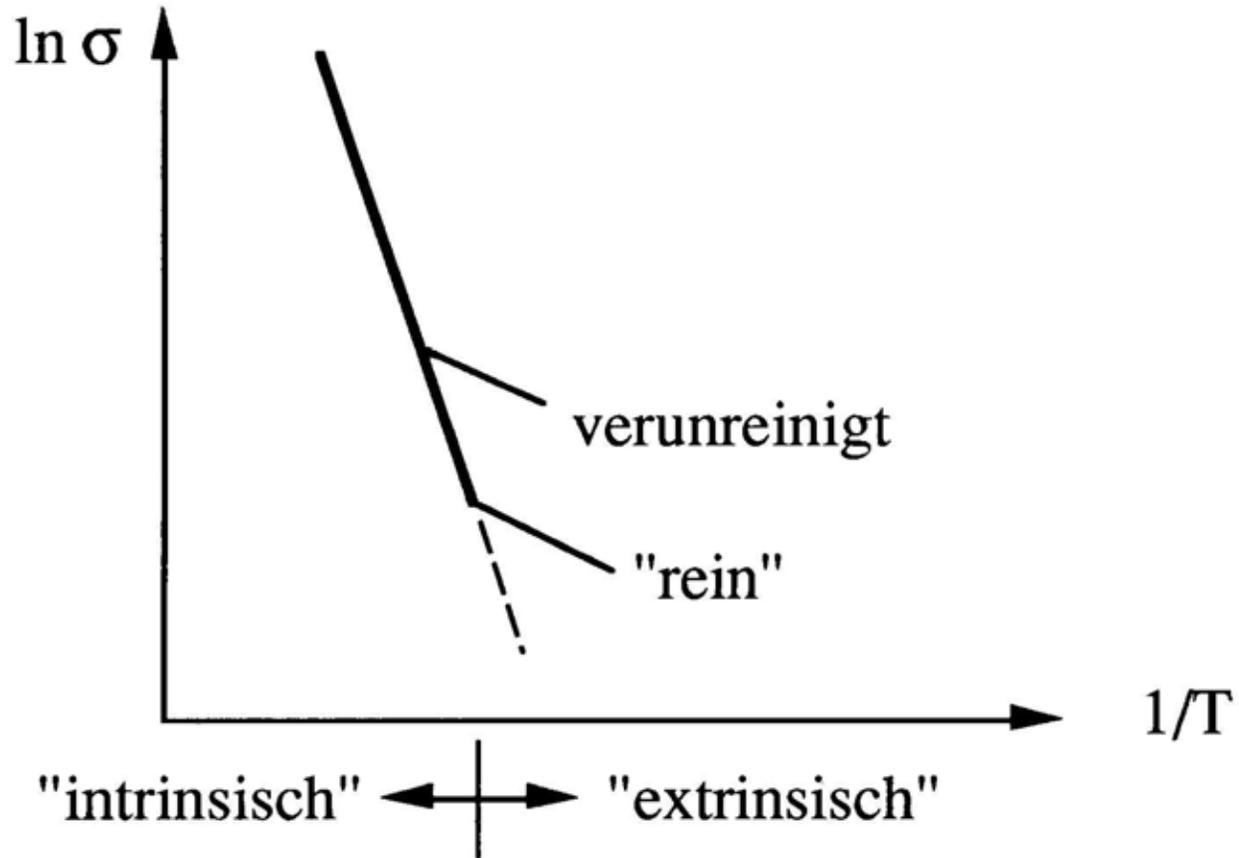
→

$$p = \nu \cdot \exp - \frac{Q + eE a/2}{kT}$$

←

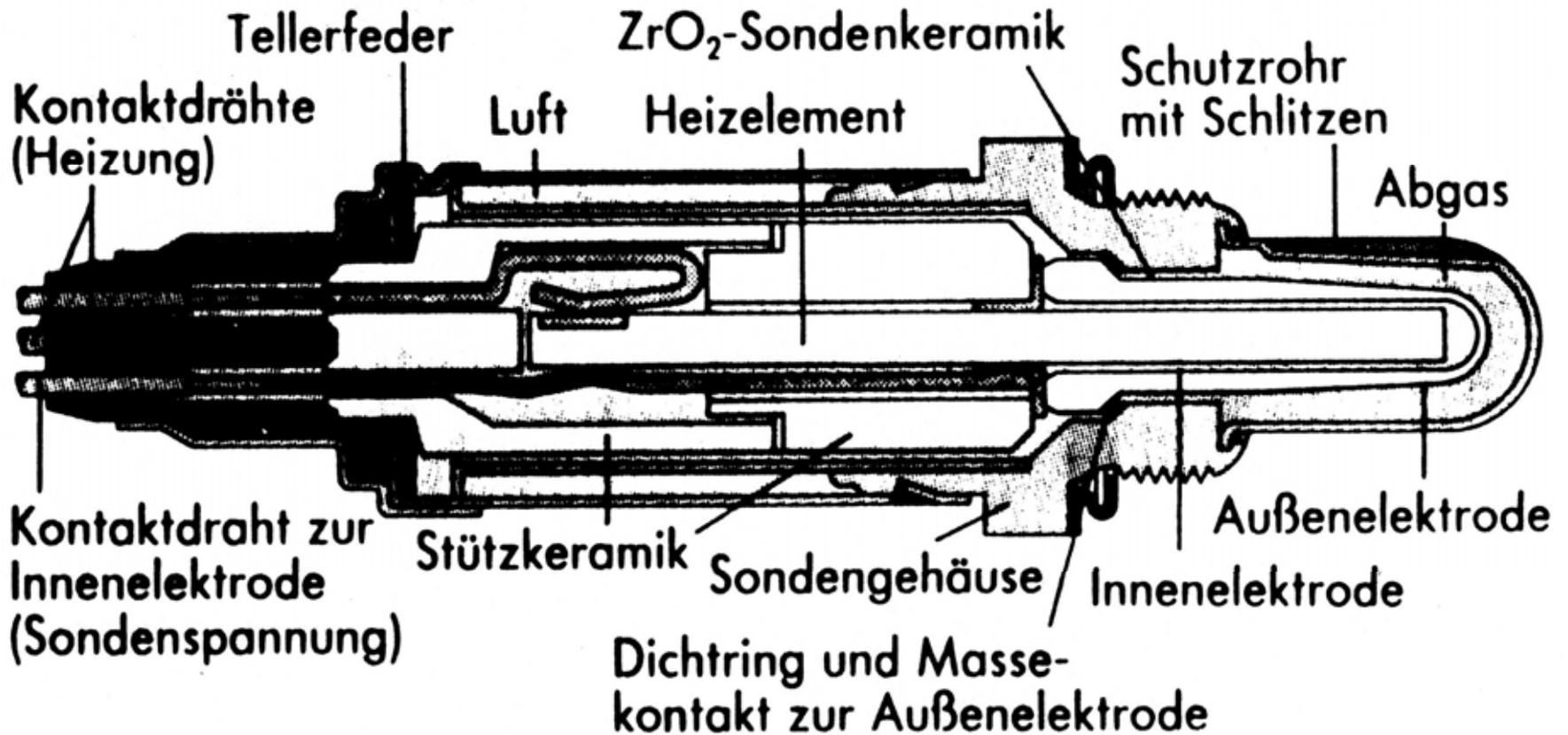
$$\mu_{ion} = \frac{v_d}{E} = \frac{D \cdot e}{kT}$$

## Temperaturabhängigkeit der Ionenleitfähigkeit

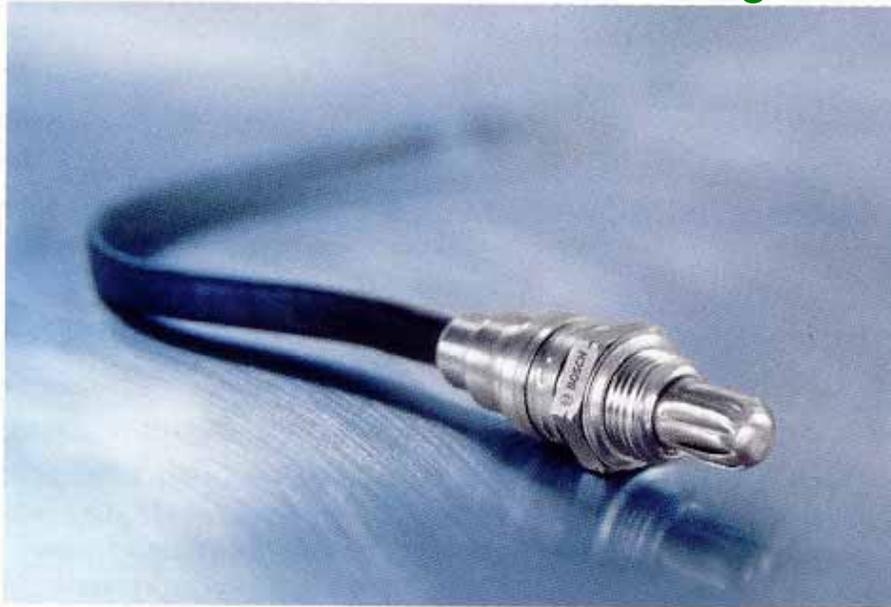




## Anwendung: Lambda-Sonde

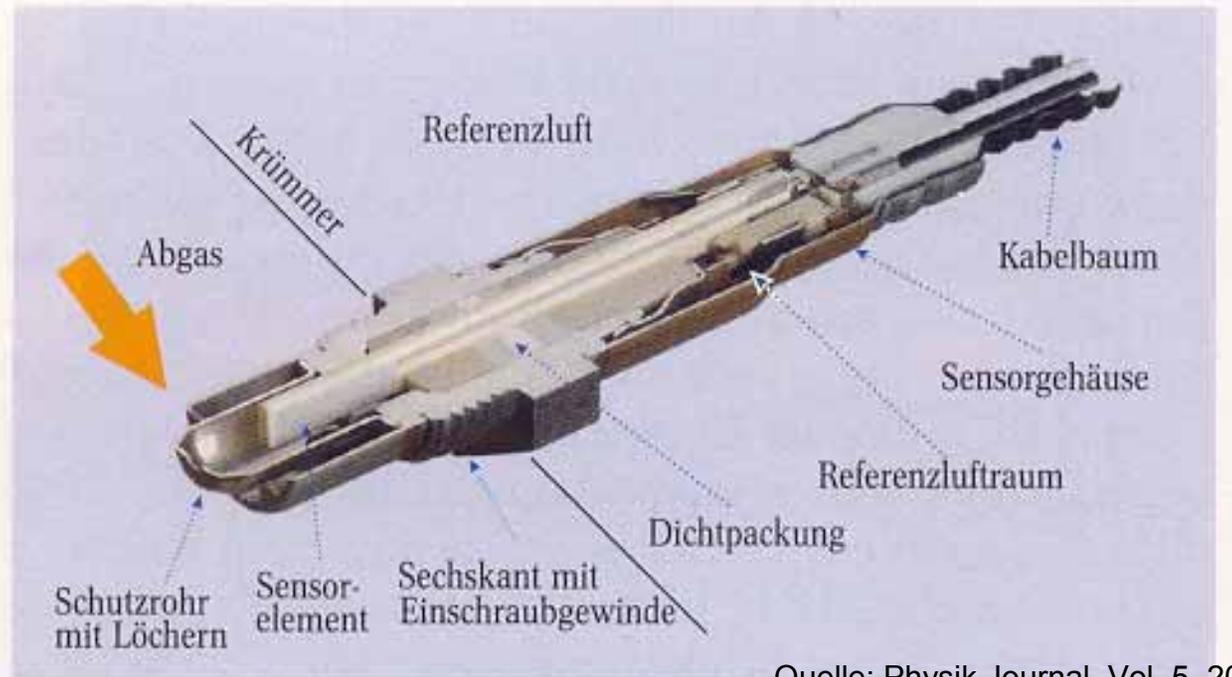


## Anwendung: Lambda-Sonde



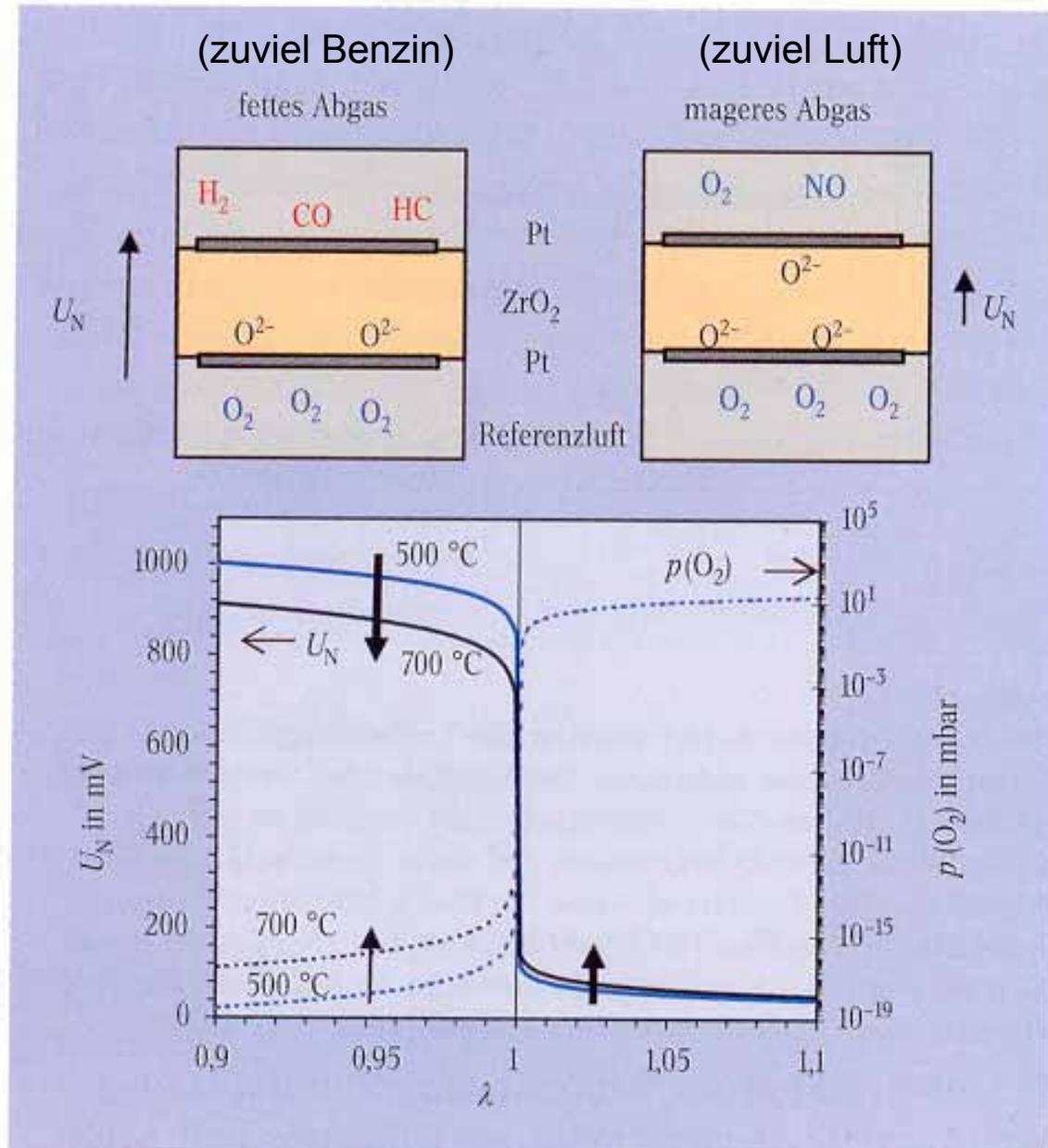
Ohne die 1976 eingeführte Lambdasonde sind moderne Fahrzeuge mit umweltfreundlichen Benzinmotoren nicht denkbar. (Foto: Bosch)

**Abb. 9:**  
Das keramische Sensorelement der Lambdasonde wird mit einer Dichtpackung in das Sondengehäuse gepresst, sodass keine Abgase in das Innere des Sensorgehäuses diffundieren können.



# Anwendung: Lambda-Sonde

**Abb. 5:**  
 Wenn das Abgas vom fetten (links) zum mageren Gemisch (rechts) übergeht, ändert sich bei der Sprungsonde die Nernst-Spannung  $U_N$  (dicke Linien unten) sprunghaft. Bei  $\lambda=1$  ist der Sprung unabhängig von der Temperatur des Sensorelements. Die punktierten Linien zeigen den Gleichgewichtspartialdruck des Sauerstoffs  $p(O_2)$  in Abhängigkeit von  $\lambda$  und dem Parameter  $T$ .



Bei „lambda eins“ vollständige Verbrennung des Treibstoff-Luft Gemisches

# Zusammenfassung: Leitfähigkeit nach Werkstoffgruppen

